



SOLUÇÕES CAIXA PARA REGIMES
PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL

Nota Técnica Atuarial

Município de Rio de Janeiro/RJ

Brasília, março de 2017.

CAIXA

NOTA TÉCNICA ATUARIAL

Município do Rio de Janeiro/RJ

Atuário Responsável:


Thiago Fernandes
MIBA 100.002

Brasília, março de 2017.

ÍNDICE

1) Objetivo	5
2) Hipóteses Utilizadas	5
2.1) Tábuas Biométricas	5
2.2) Expectativa de Reposição de Servidores Ativos	6
2.3) Composição Familiar	6
2.4) Taxa de Juros Real.....	7
2.5) Taxa de Crescimento do Salário por Mérito	7
2.6) Projeção de Crescimento Real do Salário por Produtividade	7
2.7) Projeção de Crescimento Real dos Benefícios do Plano.....	7
2.8) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Salários.....	8
2.9) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Benefícios.	8
3) Modalidade dos benefícios assegurados pelo RPPS.....	8
4) Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento por benefício assegurado pelo RPPS	9
5) Metodologia de cálculo para cada benefício assegurado pelo RPPS, sua evolução, contribuições e Reservas Matemáticas.	10
5.1) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição de Capital de Cobertura.....	10
5.1.1) Aposentadoria por Invalidez (e respectiva Reversão em Pensão aos Dependentes).....	10
5.1.2) Pensão por Morte Concedida aos Dependentes do Servidor	10
5.2) Expressão de cálculo Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) dos Benefícios a Conceder (BAC) e Benefícios Concedidos (BC) e Custo Normal no Regime de Capitalização	11
5.2.1) Benefícios a Conceder (BAC)	12
5.2.1.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes	12
5.2.1.2) Custo Normal da Aposentadoria Normal (com Reversão aos Dependentes)	12
5.2.2) Benefícios Concedidos (BC)	12
5.2.2.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes	12
5.2.2.2) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria por Invalidez Reversível aos Dependentes	13
5.2.2.3) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) da Pensão por Morte.....	14
5.3) Expressão de cálculo do Valor Presente dos Salários Futuros (VPSF).....	14
$r =$ idade de aposentadoria projetada do grupo de servidores ativos	14
5.4) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ativo, Aposentado e Pensionista (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos);.....	14
5.5) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente Federativo (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos)	15
5.6) Expressão de cálculo e evolução das Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder (RMBAC) e Concedidos (RMBC).....	16
5.7) Expressão de cálculo da alíquota de contribuição, segregada por Ente Federativo, por Servidores Ativos, Aposentados e Pensionistas	16
5.7.1) Custo Normal Total Líquido.....	16
5.7.2) Custo Suplementar	17
5.7.3) Custo Líquido Total (CLT) como Percentual da Folha de Salários	17
6) Metodologia de cálculo da Compensação Previdenciária a Receber.....	17
6.1) Benefícios Concedidos	18
6.2) Benefícios a Conceder.....	18
7) Financiamento Crescente do Custo Suplementar.....	19
8) Parâmetros da Projeção de Massa.....	19

8.1)	Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções	20
8.2)	Probabilidades absolutas	20
8.3)	Outras definições	21
8.4)	Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes.....	21
8.4.1)	Ativos Atuais	21
8.4.2)	Aposentados Atuais	22
8.4.3)	Ativos Futuros	22
8.5)	Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste.....	22
8.5.1)	Projeção dos Ativos Atuais.....	22
8.5.2)	Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais	22
8.5.3)	Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais	23
8.5.4)	Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais	23
8.5.5)	Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais	24
8.5.6)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais.....	24
8.6)	Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes 25	
8.6.1)	Projeção dos Pensionistas Atuais	25
8.6.2)	Projeção dos Aposentados Atuais.....	25
8.6.3)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais	25
8.7)	Projeção dos ativos futuros e dos grupos formados a partir destes.....	26
8.7.1)	Projeção de Ativos Futuros	26
8.7.2)	Projeção dos Futuros Pensionistas provenientes dos Ativos Futuros.....	26
8.7.3)	Projeção dos Futuros Aposentados provenientes dos Ativos Futuros	27
8.7.4)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados provenientes dos Ativos Futuros	27
8.7.5)	Projeção dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros.....	28
8.7.6)	Projeção dos Pensionistas dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros	28
9)	Referências Bibliográficas	30

1) Objetivo

Esta Nota Técnica Atuarial (NTA) tem por objetivo apresentar as premissas atuariais, financeiras e demográficas utilizadas para a execução da Avaliação Atuarial para o Sistema Previdenciário do Município de Rio de Janeiro/RJ, bem como apresentar toda formulação matemática utilizada para o cálculo dos encargos previdenciários. A presente NTA apresenta todos os elementos mínimos previstos no Anexo da Portaria MPS nº 403, de 10 de dezembro de 2008, além do Modelo Matemático para a Projeção de Massa dos servidores públicos (quantitativos, remunerações e benefícios) e das Referências Bibliográficas utilizadas.

2) Hipóteses Utilizadas

Neste item serão apresentadas todas as hipóteses utilizadas na execução da Avaliação Atuarial do Município de Rio de Janeiro/RJ.

2.1) Tábuas Biométricas

As Tábuas Biométricas são tabelas estatísticas que determinam para cada idade, a probabilidade da ocorrência de algum evento específico, a saber: morte, sobrevivência, entrada em invalidez, morte de inválido ou rotatividade (turnover). O quadro a seguir apresenta as Tábuas Biométricas utilizadas neste cálculo atuarial.

Quadro 1: Tábuas Biométricas utilizadas em função do evento gerador

EVENTO GERADOR	TÁBUA
Mortalidade Geral	IBGE – 2015 Ambos
Sobrevivência	IBGE – 2015 Ambos
Entrada em Invalidez	Álvaro Vindas
Mortalidade de Inválidos	IBGE – 2015 Ambos
Rotatividade	---

Neste trabalho foi utilizada ao invés de uma tábua específica para a rotatividade como função da idade, uma taxa de rotatividade constante de 1,00% ao ano.

2.2) Expectativa de Reposição de Servidores Ativos

A reposição de servidores ativos será considerada apenas para as projeções demográficas e financeiras, não sendo considerada para o cálculo da Reserva Matemática de Benefícios a Conceder (RMBAC).

Para cada servidor ativo que se desligue do plano previdenciário por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a hipótese de reposição deste por um outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, composição familiar, etc.). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

Obs.: O item 8 desta NTA apresenta o detalhamento de toda a formulação matemática utilizada para a expectativa de reposição dos servidores ativos.

2.3) Composição Familiar

Na ausência de informações com relação à composição do grupo familiar e estado civil do servidor ativo, adotar-se-á as seguintes hipóteses:

- **GRUPO FAMILIAR**: que o homem casa-se, em média, com uma mulher 3 (três) anos mais nova do que ele sendo a recíproca também verdadeira, ou seja, que a mulher casa-se, em média, com um homem 3 (três) anos mais velho. Além disso, considera-se que esse casal possui um filho 30 (trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (anos) anos mais novo que o mulher. Na ausência de informações relativas aos filhos do servidor ativo, considerou-se a existência de um filho 30 (trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (vinte e sete) anos mais novo que o mulher.
- **ESTADO CIVIL**: probabilidade de o servidor ativo estar casado conforme experiência CAIXA¹. O quadro 2 apresenta essas probabilidades por idade.

¹ Para a construção dessa experiência CAIXA foi utilizado um grande banco de dados com mais de 500.000 servidores ativos de diversos RPPS do Brasil (de Estados, Capitais, Municípios de grande, médio e pequeno porte). Para a construção dessa experiência foram selecionadas apenas as bases de dados com qualidade satisfatória nas informações prestadas. Sempre que novas avaliações atuariais são realizadas para os RPPS's clientes, os dados individuais quando classificados como de boa qualidade, são incorporados a essa experiência.

Quadro 2: Probabilidade do Servidor Ativos estar casado para cada idade dos 25 aos 60 anos

Idade	Probabilidade de Estar Casado (π_x)	Idade	Probabilidade de Estar Casado (π_x)
25	11,7%	43	50,6%
26	20,9%	44	51,3%
27	26,2%	45	51,9%
28	30,0%	46	52,5%
29	33,0%	47	53,1%
30	35,4%	48	53,7%
31	37,4%	49	54,2%
32	39,2%	50	54,7%
33	40,7%	51	55,2%
34	42,1%	52	55,7%
35	43,4%	53	56,2%
36	44,5%	54	56,6%
37	45,6%	55	57,0%
38	46,5%	56	57,5%
39	47,5%	57	57,9%
40	48,3%	58	58,3%
41	49,1%	59	58,6%
42	49,9%	60	59,0%

2.4) Taxa de Juros Real

Foi considerada a taxa real de juros de 6,00% ao ano.

2.5) Taxa de Crescimento do Salário por Mérito

Foi considerada a taxa real de crescimento do salário por mérito de 1,00% ao ano.

2.6) Projeção de Crescimento Real do Salário por Produtividade

Foi considerada a taxa real de crescimento do salário por produtividade de 0,0% ao ano.

2.7) Projeção de Crescimento Real dos Benefícios do Plano

Como considera-se apenas a atualização monetária dos benefícios, foi considerada a taxa de crescimento real de benefícios de 0,00% ao ano.

2.8) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Salários

Como a projeção de inflação não foi considerada, o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos salários considerado foi de 100,00%.

2.9) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Benefícios.

Como a projeção de inflação não foi considerada, o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos benefícios considerado foi de 100,00%.

3) Modalidade dos benefícios assegurados pelo RPPS

Os benefícios estão estruturados na modalidade “BENEFÍCIO DEFINIDO”, uma vez que as regras e fórmulas de cálculo dos mesmos já estão definidos quando da entrada do participante no plano.

4) Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento por benefício assegurado pelo RPPS

O quadro a seguir apresenta os Regimes Financeiros utilizados para cada um dos benefícios oferecidos pelo RPPS, bem como o Método de Financiamento² aplicado para os benefícios financiados em capitalização.

Quadro 3: Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento em função do benefício assegurado pelo RPPS

Benefícios do Plano	Regime Financeiro	Método
Aposentadoria por Idade, Tempo de Contribuição e Compulsória	CAP	Agregado
Aposentadoria por Invalidez	RCC	-
Pensão por Morte de segurado Ativo	RCC	-
Pensão por Morte de Aposentado por Idade, TC e Compulsória	CAP	Agregado
Pensão por Morte de Aposentado por Invalidez	RCC	-
Auxílio-doença	RS	-
Salário-maternidade	RS	-
Auxílio-reclusão	RCC	-
Salário-família	RS	-

Onde:

RCC = Repartição de Capitais de Cobertura

RS = Repartição Simples

CAP = Capitalização

² Para maiores informações acerca dos diversos métodos atuariais de custeio ver Aitken (1996 pp.19-158), Booth et al. (2005 pp.597-605), Iyer (1999 pp.27-36), Scott (1989 pp.17-68) e Winklevoss (1993 pp.140-148).

5) Metodologia de cálculo para cada benefício assegurado pelo RPPS, sua evolução, contribuições e Reservas Matemáticas.

5.1) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição de Capital de Cobertura.

5.1.1) Aposentadoria por Invalidez (e respectiva Reversão em Pensão aos Dependentes)

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores de idade x , com cônjuge e , diferença etária entre servidor e cônjuge igual a k , e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:

$${}^i(CN) = \sum l_{x,z,k} s_x \times q_x^{(i)} * \left(\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z} \ddot{a}_x^i + {}_{21-z} \ddot{a}_{x-k} - \sum_{t=21-z}^w v^t {}_t p_x^{i(*)} \times {}_t p_{x-k} \right) \times 13$$

- Para servidores com cônjuge e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$${}^i(CN)_x = \sum l_{x,k} s_x \times q_x^{(i)} \times \left(\ddot{a}_x^i + \ddot{a}_{x-k} - \sum_{t=1}^w v^t {}_t p_x^{i(*)} \times {}_t p_{x-k} \right) \times 13$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^i(CN)_x = \sum l_{x,z} s_x \times q_x^{(i)} \times \left(\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z} \ddot{a}_x^i \right) \times 13$$

- Para os servidores que não possuem dependentes, a fórmula utilizada foi:

$${}^i(CN)_x = \left(\sum l_x s_x \times q_x^{(i)} \times \ddot{a}_x^i \right) \times 13$$

5.1.2) Pensão por Morte Concedida aos Dependentes do Servidor

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com idade x , com cônjuge e , diferença etária entre servidor e cônjuge igual a k , e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:

$$p(CN) = \sum l_{x,z,k} s_x \times q_x^{(m)} \times \left(\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}\ddot{a}_{x-k} \right) \times 13$$

- Para servidores com cônjuge e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$$p(CN) = \sum l_{x,k} s_x + q_x^{(m)} \times (\ddot{a}_{x-k}) \times 13$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$p(CN) = \sum l_{x,z} s_x \times q_x^{(m)} \times \left(\ddot{a}_{\overline{21-z}|} \right) \times 13$$

5.2) Expressão de cálculo Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) dos Benefícios a Conceder (BAC) e Benefícios Concedidos (BC) e Custo Normal no Regime de Capitalização

No cálculo foram utilizadas as seguintes premissas:

- **Método de Financiamento:** Agregado;
- **Metodologia Básica:** Benefício *Prorata* (calculado como percentual crescente da folha de salários);
- **Déficit Técnico Inicial:** Explícito (esta metodologia permite a mensuração do déficit técnico inicial de forma separada do custo normal).

5.2.1) Benefícios a Conceder (BAC)

5.2.1.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$${}^r(VPBF)_x = B_r \times {}_{r-x}p_x^{(T)} \times (\ddot{a}_r + a_{r|x-k} \times \pi(r)) \times 13$$

Onde:

r = idade de aposentadoria;

x = idade atual do servidor ativo;

B_r = valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria;

${}_{r-x}p_x^{(T)}$ = probabilidade de um indivíduo com idade x chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r ;

v^{r-x} = fator de desconto financeiro da idade de x até a idade de aposentadoria r ;

$\pi(r)$ = probabilidade do indivíduo estar casado na idade de aposentadoria r .

5.2.1.2) Custo Normal da Aposentadoria Normal (com Reversão aos Dependentes)

Adotou-se como premissa de que o custo normal de aposentadoria equivale à contribuição normal definida pelo ente público em lei desconsiderando o custo dos demais benefícios.

5.2.2) Benefícios Concedidos (BC)

5.2.2.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), utilizou-se a seguinte fórmula:

$$aposen(VPBF) = \sum l_{x,z,k} B_x \times 13 \times (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x + {}_{21-z}a_{x|x-k})$$

- Para os servidores com cônjuge e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$$aposen(VPBF) = \sum l_{x,k} B_x \times 13 \times (\ddot{a}_{x|x-k})$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$$aposen(VPBF) = \sum l_{x,z} B_x \times 13 \times (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x)$$

Onde:

- B_x = representa o valor do benefício mensal de aposentadoria.

5.2.2.2) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria por Invalidez Reversível aos Dependentes

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$$aposen-inválidos(VPBF)_x = \sum l_{x,z} B_x \times 13 \times (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x^i)$$

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), utilizou-se a seguinte fórmula:

$$aposen-inválidos(VPBF) = \sum l_{x,z,k} B_x \times 13 \times (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x^i + {}_{21-z}a_{x-k} + \sum_{t=21-z}^w v^t {}_t p_x^{i(*)} \times {}_t p_{x-k})$$

- Para os servidores com cônjuge e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$$aposen-inválidos(VPBF)_x = \sum l_{x,k} B_x \times 13 \times (\ddot{a}_x^i + \ddot{a}_{x-k} - \sum_{t=0}^{w-x} v^t {}_t p_x^{i(*)} \times {}_t p_{x-k})$$

5.2.2.3) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) da Pensão por Morte

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Nos casos em que a pensão é concedida ao cônjuge de idade j e ao filho com idade z (inferior a 21 anos), a fórmula utilizada foi:

$$pensão(VPBF) = \sum l_{z,j} B_x \times 13 \times (\ddot{a}_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}\ddot{a}_j)$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao cônjuge de idade j , utilizou-se a seguinte fórmula:

$$pensão(VPBF) = \sum l_j B_x \times 13 \times \ddot{a}_j$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao filho com idade z (inferior a 21 anos), utilizou-se a seguinte fórmula:

$$pensão(VPBF) = \sum l_z B_x \times 13 \times (\ddot{a}_{\overline{21-z}|})$$

5.3) Expressão de cálculo do Valor Presente dos Salários Futuros (VPSF)

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$VPSF = \sum l_{r,x} S_x \times \ddot{a}_{x:\overline{r-x}|}^{(T)}$$

Onde:

r = idade de aposentadoria projetada do grupo de servidores ativos.

5.4) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ativo, Aposentado e Pensionista (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos);

No cálculo foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Para os Benefícios a Conceder:

$$VPCF_{ATIVOS} = r(CN)_{\%} \times VPSF \times \frac{(CN)_{serv}}{T(CN)_{\%}} + BaC VPCF_{apos-pens}$$

- Para os Benefícios Concedidos:

$$VPCF_{APOSENT} = (CN)_{serv} \times VPBF_{TETO}$$

$$VPCF_{PENS} = (CN)_{serv} \times VPBF_{TETO}$$

Onde o cálculo do $VPBF_{TETO}$ está descrito no item 5.2.2).2, substituindo-se apenas o valor integral do benefício pela parcela deste que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS).

Onde:

$VPBF_{TETO}$ = está descrito no item 5.3.2, substituindo-se apenas o valor integral do benefício pela parcela deste que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS).;

$(CN)_{serv}$ = alíquota de custo normal do servidor ativos, aposentado e pensionista;

$(CN)_{patr}$ = alíquota de custo normal do município.

5.5) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente Federativo (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos)

Para os Benefícios Concedidos, não há contribuição do Ente Federativo. Para os Benefícios a Conceder, o Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente, equivale a:

- Para os Benefícios a Conceder:

$$VPCF_{ENTE} = r(CN)_{\%} \times VPSF \times \frac{(CN)_{patr}}{T(CN)_{\%}}$$

5.6) Expressão de cálculo e evolução das Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder (RMBAC) e Concedidos (RMBC)

Para o cálculo dessas Reservas Matemáticas foi utilizado o método chamado prospectivo³, que equivale à diferença entre o Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) e o Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF). Para tanto foram utilizadas as seguintes fórmulas:

$$RMBaC = r(VPBF)_x - (VPCF_{ENTE} + VPCF_{ATIVOS})$$

$$RMBC = VPBF_{APOSENT} + VPBF_{PENS} - (VPCF_{APOSENT} + VPCF_{PENS})$$

A soma da RMBAC com a RMBC constitui o Passivo Atuarial (PA) do sistema previdenciário.

5.7) Expressão de cálculo da alíquota de contribuição, segregada por Ente Federativo, por Servidores Ativos, Aposentados e Pensionistas

5.7.1) Custo Normal Total Líquido

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$T(CN) = i(CN) + p(CN) + r(CN)$$

O Custo Normal Total Líquido (não incluídas as despesas administrativas) definido como percentual da folha de salários é dado pela seguinte fórmula:

$$T(CN)_{percentual} = \frac{T(CN)}{13 \times \sum l_x S_x}$$

³ Ver Ferreira (1985, vol IV, pp. 355-62).

5.7.2) Custo Suplementar

O Passivo Atuarial Infundado (PAI) em um ano t corresponde a diferença entre o Passivo Atuarial e os Ativos Financeiros do plano previdenciário, ou seja:

$$(PAI)_t = (PA)_t - (Ativos_Financeiros)_t$$

A Portaria nº 403, de 11 de dezembro de 2008, estabelece que o Passivo Atuarial Infundado deve ser amortizado em um prazo não superior a 35 anos, desta forma o custo previdenciário será composto pelo Custo Normal e o Custo Suplementar (CS) resultado da amortização do PAI. Assim temos:

$$(CS) = \frac{PAI}{13 \times \ddot{a}_{\overline{35}|}}$$

O Custo Suplementar definido como percentual da folha de salários é representado pela seguinte fórmula:

$$(CS)_{percentual} = \frac{(CS)}{13 \times \sum l_x S_x}$$

5.7.3) Custo Líquido Total (CLT) como Percentual da Folha de Salários

$${}^T(CL T)_{percentual} = (CS)_{percentual} + {}^T(CN)_{percentual}$$

6) Metodologia de cálculo da Compensação Previdenciária a Receber

A estimativa de Compensação Previdenciária poderá ser considerada como Ativo do Plano caso o RPPS possua convênio ou acordo de cooperação técnica em vigor para operacionalização da compensação previdenciária com os regimes de origem.

Como não consta da base cadastral os valores das remunerações de cada servidor no período a compensar com o regime previdenciário de origem, o cálculo do

valor individual a receber é realizado com base no valor médio per capita dos requerimentos já deferidos, vigentes na data-base da avaliação, conforme a fórmula a seguir:

6.1) Benefícios Concedidos

$${}^{BC}(VPCompvF) = VPBF \times \frac{Rec.COMPREV}{Folha aposit}$$

Onde:

VPBF = Valor Presente dos Benefícios Futuros dos atuais aposentados e pensionistas.

Rec. COMPREV = Receita de Compensação Previdenciária referente aos dois exercícios anteriores ao da realização desta avaliação atuarial.

Folha aposit = Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente aos dois exercícios anteriores ao da realização desta avaliação atuarial.

6.2) Benefícios a Conceder

$${}^{BaC}(VPCompvF) = \sum_i VPBF_{Aposit-Fut-i} \times \frac{Ben.Med.INSS}{Salário_i} \times \frac{TCINSS_i}{TCINSS_i + TCRPPS_i}$$

Onde:

VPBF_{Aposit-Fut-i} = Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias futuras do servidor “i”.

Ben.Med.INSS = valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Instituto Nacional do Seguro Social – INSS.

Salário_i = Salário Mensal do servidor “i”.

TCINSS_i = Tempo de contribuição do servidor “i” ao Instituto Nacional do Seguro Social – INSS.

TCRPPS_i = Tempo de contribuição do servidor “i” ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do município.

Observação 1: A fração $\frac{Ben.Med.INSS}{Salário_i}$ é limitada a 1.

7) Financiamento Crescente do Custo Suplementar

Nesta metodologia, o financiamento do Déficit Atuarial foi elaborado através de um financiamento crescente.

O Saldo Inicial a ser financiado equivale ao Déficit Atuarial identificado no Cálculo Atuarial.

O Pagamento a cada ano equivale a multiplicação da Alíquota Suplementar indicada para aquele ano pelo valor da folha anual de salários dos servidores ativos, projetada para o mesmo ano.

O Saldo Final a cada ano equivale ao Saldo Inicial do mesmo ano, subtraído do pagamento para aquele mesmo ano.

O Saldo Inicial do segundo ano em diante, equivale ao saldo inicial do ano anterior, multiplicado por $1 + i$, onde i representa a taxa de juros utilizada no estudo.

8) Parâmetros da Projeção de Massa

O Modelo da Projeção de Massa estima o quantitativo de servidores ativos, aposentados e dos pensionistas atuais e futuros em cada ano, bem como suas respectivas remunerações e benefícios.

Entretanto, não basta saber quais os valores de despesas ou contribuições que ocorrerão futuramente, é fundamental garantir que os valores das contribuições futuras sejam suficientes para garantir os futuros benefícios dos servidores atuais e futuros, além dos benefícios de seus respectivos dependentes.

Além disso, é importante definir um percentual de contribuição que não sofra grandes oscilações ao longo do tempo e que garanta o Equilíbrio Financeiro e Atuarial do plano previdenciário.

8.1) Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções

Foram utilizadas as seguintes probabilidades fundamentais nas projeções atuariais:

- q_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer antes de atingir a idade $x+1$;
- q_x^i = probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x+1$;
- w_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x se exonerar antes de atingir a idade $x+1$;
- i_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x+1$;
- r_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x+1$.

8.2) Probabilidades absolutas

As probabilidades fundamentais são as bases para a determinação das probabilidades absolutas. Enquanto as probabilidades fundamentais consideram os eventos de forma isolada, as probabilidades absolutas consideram as interações existentes entre os eventos. Foram utilizadas as seguintes probabilidades absolutas nas projeções atuariais:

- $q'_{(x)}^{aa}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) falecer em antes de atingir a idade $x+1$;
- $w'_{(x)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se exonerar antes de atingir a idade $x+1$;
- $i'_{(x)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se invalidar antes de atingir a idade $x+1$;
- $r'_{(x)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se aposentar antes de atingir a idade $x+1$;

- $q'_{(x)}^T$ = probabilidade de um servidor de idade (x) se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria.

8.3) Outras definições

As definições abaixo serão utilizadas nas fórmulas descritas a seguir:

- x = idade atual do servidor;
- $\beta(x)$ = probabilidade de um servidor de idade x estar casado;
- k = diferença etária entre o servidor e seu cônjuge;
- y = idade de admissão;
- $CrescSal$ = crescimento real anual de salário;
- $SalInicial$ = valor do salário na época da admissão.

8.4) Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes

8.4.1) Ativos Atuais

Aos ativos atuais, foram aplicados os fatores de decremento $q'_{(x)}^T$ até a extinção do grupo.

Através da aplicação dos fatores $r'_{(x)}, q'^{aa}_{(x)}, i'_{(x)}$ o grupo de ativos atuais gerou os seguintes subgrupos:

- novos aposentados dos ativos atuais;
- novos pensionistas dos ativos atuais; e
- novos inválidos dos ativos atuais.

Aplicando-se os fatores q_x e q_x^i aos grupos de aposentados dos ativos atuais e inválidos dos ativos atuais respectivamente, novos grupos de pensionistas são gerados.

8.4.2) Aposentados Atuais

Aos aposentados atuais, foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse, gerando os novos pensionistas dos aposentados atuais.

Aos pensionistas atuais foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse.

8.4.3) Ativos Futuros

O grupo de ativos futuros é gerado em função da extinção do grupo de ativos atuais. Para cada servidor ativo que se desligue do plano previdenciário por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a hipótese de reposição deste por um outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, grupo familiar, etc.). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

8.5) Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste

8.5.1) Projeção dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de servidores ativos em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumAti$):

$$NumAti(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times (1 - q'_{(x)}^T)$$

- Soma de Salários de Ativos em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomSalAti$):

$$SomSalAti(x + 1; t + 1) = NumAti(x + 1; t + 1) \times (SomSaltAti(x; t) \times (1 + CrescSal))$$

8.5.2) Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos em $t+1$ com idade $x-k+1$ (*NumPens*):

$$NumPens(x - k + 1; t + 1) = NumPens(x - k; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumAti(x; t) \times q'_{(x)}^{aa} \times \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ (*SomBenPens*):

$$\begin{aligned} SomBenPens(x - k + 1; t + 1) \\ = SomBenPens(x - k; t) \times (1 - q(x - k)) + NumAti(x; t) \times q'_{(x)}^{aa} \times \beta(x) \\ \times (SomSalAti(x + 1; t + 1)) \end{aligned}$$

8.5.3) Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos em $t+1$ com idade $x+1$ (*NumInv*):

$$NumInv(x + 1; t + 1) = NumInv(x; t) \times (1 - q'_{(x)}^i) + NumAti(x; t) \times (i'_{(x)})$$

- Soma de benefícios de inválidos em $t+1$ com idade $x+1$ (*SomBenInv*):

$$\begin{aligned} SomBenInv(x + 1; t + 1) \\ = NumAti(x + t) \times (SomSalAti(x; t) \times (1 + CrescSal) * (i'_{(x)})) \\ + SomBenInv(x; t) \times (1 - q'_{(x)}^i) \end{aligned}$$

8.5.4) Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos em $t+1$ com idade $x-k+1$ (*NumPensInv*):

$$NumPensInv(x - k + 1; t + 1) = NumPensInv(x - k; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumInv(x; t) \times q'_{(x)}^i \times \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ (*SomBenPensInv*):

$$SomBenPensInv(x - k - 1; t + 1)$$

$$= SomBenPensInv(x - k; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumInv(x, t) \times q_{(x)}^i \times \beta(x) \times SomBenInv(x, t)$$

8.5.5) Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumApos$):

$$NumApos(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times (1 - q_x) + (NumAti(x; t) \times r'_{(x)})$$

- Soma de Benefícios de Aposentados em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomBenApos$):

$$SomBenApos(x + 1; t + 1)$$

$$= NumAti(x; t) \times (SomSalAti(s; t) \times (1 + CrescSal) \times (r'_{(x)})) + SomBenApos(x; t) \times (1 - q_x)$$

8.5.6) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($NumPensApos$):

$$NumPensApos(x - k + 1; t + 1)$$

$$= NumPensApo(x - k; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumApós(x; t) \times (q_x) \times \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($SomBenPensApos$):

$$SomBenPensApos(x - k + 1; t + 1)$$

$$= SomBenPensApos(x - k; t) \times (1 - q_{x-k}) + (q_x) \times \beta(x) \times SomBenApos(x; t)$$

8.6) Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes

8.6.1) Projeção dos Pensionistas Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumPensAt$):

$$NumPensAt(x + 1; t + 1) = NumPensAt(x; t) \times (1 - q_x)$$

- Soma de Benefícios dos Pensionistas Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomBenPensAt$):

$$SomBenPensAt(x + 1; t + 1) = SomBenPens(x; t) \times (1 - q_x)$$

8.6.2) Projeção dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumAposAt$):

$$NumAposAt(x + 1; t + 1) = SomBenApos(x; t) \times (1 - q_x)$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Atuais em $t+1$ com idade $x+1$ ($SomBenAposAt$):

$$SomBenAposAt(x + 1; t + 1) = SomBenApos(x; t) \times (1 - q_x)$$

8.6.3) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas dos Aposentados atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($NumPensAposAt$):

$$NumPensAposAt(x - k + 1; t + 1)$$

$$= NumPensAposAt(x - k; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumAposAt(x; t) \times q_x \times \beta(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t+1$ com idade $x-k+1$ ($SomBenPensAposAt$):

$$SomBenPensAposAt(x - k + 1; t + 1)$$

$$= SomBenPensInatAt(x - k; t) \times (1 - q_{x-k}) + q_x \times \beta(x) \times SomBenAposAt(x; t)$$

8.7) Projeção dos ativos futuros e dos grupos formados a partir destes

8.7.1) Projeção de Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Ativos Futuros em t com idade y ($NumAtFut$):

$$NumAtFut(y; t) = 1 - q'_{(x+t)} - \sum_{p=0}^t NumAtFut(y + p, p)$$

- Número de Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ ($NumAtFut$):

$$NumAtFut(y + t + 1; t + 1) = NumAtFut(y + t; t) \times (1 - q'_{(y+t)})$$

- Soma dos Salários dos Servidores Ativos Futuros em t com idade y :

$$SomaSalAtFut(y; t) = NumAtFut(y; t) \times SalInicial$$

- Soma dos Salários dos Servidores Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ ($SomaSalAtFut$):

$$\dots\dots\dots SomaSalAtFut(y + t + 1; t + 1) = SomaSalAtFut(y + t; t) \times (1 + CrescSal)$$

8.7.2) Projeção dos Futuros Pensionistas provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($NumPensAtFut$):

$$\begin{aligned} & NumPensAtFut(y + t - k + 1; t + 1) \\ & = NumAtFut(y + t; t) \\ & \times \left(1 - q'_{(y+t)} + NumPensAtFut(y + t - k; t) \times (1 - q_{y+t}) \right) \end{aligned}$$

- Soma dos Benefícios dos Pensionistas dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ (*SomaBenPensAtFut*):

$$\begin{aligned} & SomaBenPensAtFut(y + t - k + 1; t + 1) \\ & = NumAtFut(y + t; t) \times (1 - q'_{(y+t)}) \times (1 + CrescSal) + NumPensAtFut(y \\ & + t - k; t) \times (1 - q_{y+t}) \times SomaBenPensAtFut(y + t - k; t) \end{aligned}$$

8.7.3) Projeção dos Futuros Aposentados provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ (*NumAposAtiFut*):

$$\begin{aligned} & NumAposAtiFut(y + t + 1; t + 1) \\ & = NumAposAtiFut(y + t + 1; t + 1) \times (1 - q_{y+t}) + NumAtFut(y + t; t) \times (r'_{y+t}) \end{aligned}$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ (*SomBenAposAtFut*):

$$SomBenAposAtFut(y + t + 1; t + 1) = SomBenApos(y + t; t) \times (1 - q_{y+t})$$

8.7.4) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ (*NumPensAposAtFut*):

$$\begin{aligned} & NumPensAposAtFut(y + t - k + 1; t + 1) \\ & = NumPensApos(y + t - k; t) \times (1 - q_{y+t+k}) + NumAposAtiFut(y + t; t) \times q_{y+t} \times \beta(y + t) \end{aligned}$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($SomBenPensAposAtFut$):

$$SomBenPensAposAtFut(y + t - k + 1; t + 1)$$

$$= SomBenPensApos(y + t - k; t) \times (1 - q_{y+t-k}) + (q_{y+t}) \times \beta(x) \times SomBenAposAtFut(y + t; t)$$

8.7.5) Projeção dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $x+1$ ($NumInvAtFut$):

$$NumInvAtFut(y + t + 1; t + 1) = NumInvAtFut(y + t; t) \times (1 - q'_{y+t}) + NumAti(y + t; t) \times (i'_{(y+t)})$$

- Soma de Benefícios de Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t+1$ ($SomBenInvAtFut$):

$$SomBenInvAtFut(y + t + 1; t + 1)$$

$$= NumAtiFut(y + t; t) \times (SomSalAti(y + t; t) \times (1 + CrescSal) \times (i'_{(y+t)})) + SomBenInvAtFut(y + t; t) \times (1 - q'_{y+t})$$

8.7.6) Projeção dos Pensionistas dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($NumPensInvAtFut$):

$$NumPensInvAtFut(x - k + 1; t + 1)$$

$$= NumPensInvAtFut(y + t - k; t) \times (1 - q_{y+t-k}) + NumInv(y + t; t) \times (y + t; t) \times (y + t) \times \beta(y + yt)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Futuros em $t+1$ com idade $y+t-k+1$ ($SomBenPensInvAtFut$):

$$SomBenPensInvAtFut(y + t - k + 1; t + 1)$$

$$= SomBenPensInvAtFut(y + t - k; t) \times (1 - q_{y+t-k}) + NumInvAtFut(y + t; t) \times q'_{y+t} \times \beta(y) \times SomBenInvAtFut(y + t; t)$$

O procedimento de cálculo descrito é aplicado a cada servidor ativo, inativo e para os pensionistas, considerando suas características e de seus dependentes

como: idade de admissão, idade atual, idade de aposentadoria, sexo, estado civil, idade do cônjuge, idade do filho, remuneração e benefício.

Após a realização dos cálculos para cada um dos participantes, estes resultados são agrupados em função das projeções anuais e consolidados conforme os itens anteriormente descritos.

9) Referências Bibliográficas

- **AITKEN, William H. (1996)** “*A Problem-Solving Approach to Pension Funding and Valuation*” *Second Edition*.
- **BOOTH, Philip, CHADBURN, Robert, HABERMAN, Steven, JAMES, Dewi, KHORASANEE, Zaki, PLUMB, Robert H. and RICKAYZEN, Ben (2005)** “*Modern Actuarial Theory and Practice*” *Second Edition* – Chapman & Hall / CRC.
- **BOWERS, Newton L. , GERBER, Hans U. , HICKMAN, James C. , SONES, Donald A. and NESBIT, Cecil J. (1986)** “*Actuarial Mathematics*”, First Edition, published by SOA – Society of Actuaries, 1986.
- **FERREIRA, Weber J. (1985)** “Coleção introdução à Ciência Atuarial”, Rio de Janeiro, IRB, 1985, 4v.
- **IYER, Subramaniam (1999)** “*Actuarial Mathematics of Social Security Pensions*” - *International Labour Office (December 1, 1999)*.
- **SCOTT, Elaine A. (1989)** “*Simple Defined Benefit Plans: Methods of Actuarial Funding*”.
- **SPIEGEL, Murray R., SCHILLER, John J. e SRINIVASAN, R. Alu.(2004)** “*Teoria e problemas de probabilidade e estatística*” 2ª edição – (Coleção Schaum).
- **WINKLEVOSS, Howard E. (1993)** “*Pension mathematics with numerical illustrations*” *Second edition. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania*.