PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
SUBSECRETARIA DE ENSINO
COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

2.º BIMESTRE - 2013

M9

GINÁSIO CARIOCA

ESCOLA MUNICIPAL: ______________________________

NOME: ______________________________ TURMA: __________

EDUARDO PAES
PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO

CLAUDIA COSTIN
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO

REGINA HELENA DINIZ BOMENY
SUBSECRETARIA DE ENSINO

MARIA DE NAZARETH MACHADO DE BARROS VASCONCELLOS
COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

ELISABETE GOMES BARBOSA ALVES
MARIA DE FÁTIMA CUNHA
COORDENADORIA TÉCNICA

EDUARDA CRISTINA DA SILVA LIMA
SILVIA MARIA SOARES COUTO
VÂNIA FONSECA MAIA
ORGANIZAÇÃO

SILVIA MARIA SOARES COUTO
ELABORAÇÃO

CARLA DA ROCHA FARIA
LEILA CUNHA DE OLIVEIRA
NILSON DUARTE DORIA
SIMONE CARDOZO VITAL DA SILVA
REVISÃO

DALVA MARIA MOREIRA PINTO
FÁBIO DA SILVA
MARCELO ALVES COELHO JÚNIOR
DESIGN GRÁFICO

EDIOURO GRÁFICA E EDITORA LTDA.
EDITORAÇÃO E IMPRESSÃO

bigmae.com

Marcos e seus amigos adoram brincadeiras antigas.

blogbrasil.com.br

bigmae.com

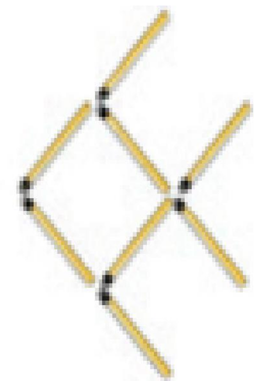
blogdosvelhinhos.com.br

multiplicandosaberesatravesdastics.pbworks.com

blogbrasil.com.br

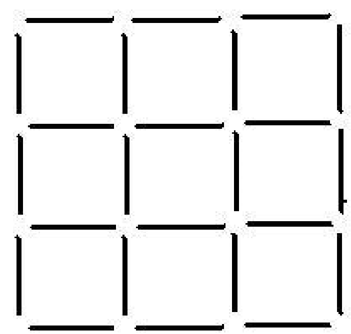
guiagratisbrasil.com

Tente você também.

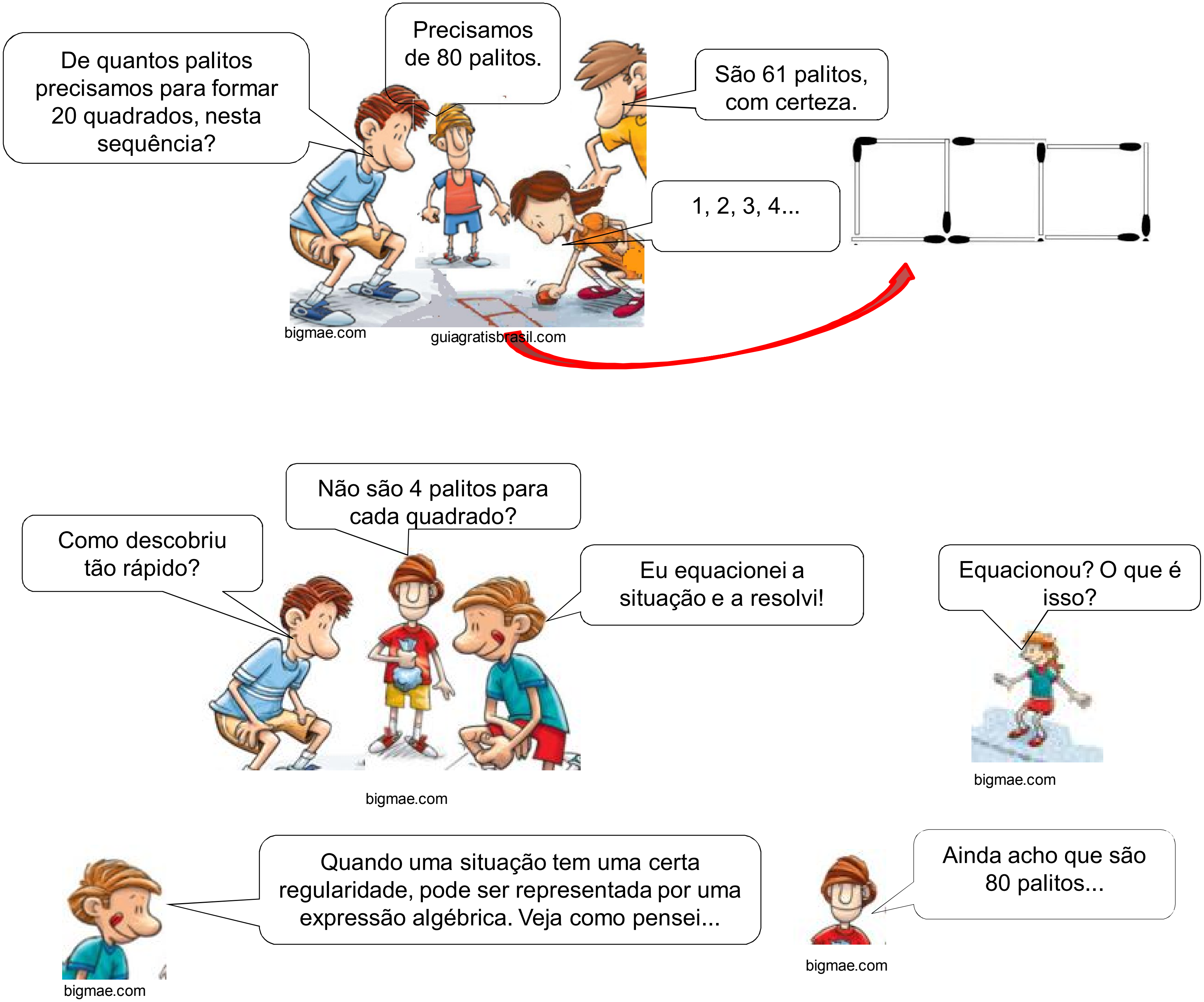


Remova seis palitos, de forma que restem apenas três quadrados.

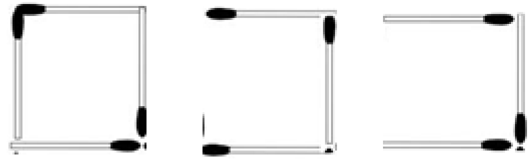
bigmae.com



http://www.criaroficinadeestudos.com.br/site/metodo-supera/testes-e-jogos-de-logica/desafios/98-brincando-com-palitos.html


De quantos palitos precisamos para formar 20 quadrados, nesta sequência?
Precisamos de 80 palitos.
São 61 palitos, com certeza.
1, 2, 3, 4...
bigmae.com
guiagratisbrasil.com
Como descobriu tão rápido?
Não são 4 palitos para cada quadrado?
Eu equacionei a situação e a resolvi!
Equacionou? O que é isso?
bigmae.com
bigmae.com
Quando uma situação tem uma certa regularidade, pode ser representada por uma expressão algébrica. Veja como pensei...
Ainda acho que são 80 palitos...
bigmae.com
bigmae.com

Para formar o 1.º quadrado, usamos **4** palitos. A partir do 2.º, basta acrescentar ____ palitos para formar o quadrado.



guiagratisbrasil.com

Como a sequência tem 20 quadrados, eu multipliquei _____ por 3 e acrescentei 1 palito do 1.º quadrado.

Agora, eu entendi! Eu estava contando alguns palitos 2 vezes. Mas para que precisamos equacionar?

bigmae.com

bigmae.com

Para podermos usar a equação no cálculo do número de palitos para qualquer quantidade de quadrados.

Se considerarmos o número de quadrados como x, montamos a equação 3 . ___ + ___ = nº de palitos.
No nosso caso, são 3 . ____+ ____ = ______.

Como posso calcular o número de quadrados que posso fazer, usando 100 palitos?

bigmae.com

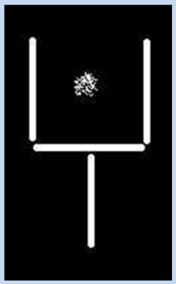
Usando a mesma equação, colocando o novo número de palitos no lugar do 61.

Com 100 palitos formamos _________ quadrados.

TAREFA DE CASA

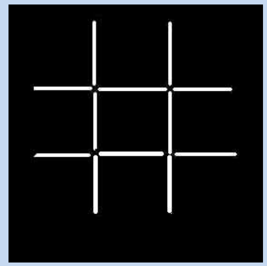
Trabalhando Sequências e Lógica...

A - Movendo 2 palitos, tire o lixo de dentro da pá.



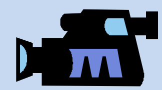
guiagratisbrasil.com

B - Mova somente 3 palitos para formar apenas 3 quadrados. Não poderá sobrar palito algum. Todos os quadrados têm o mesmo tamanho.



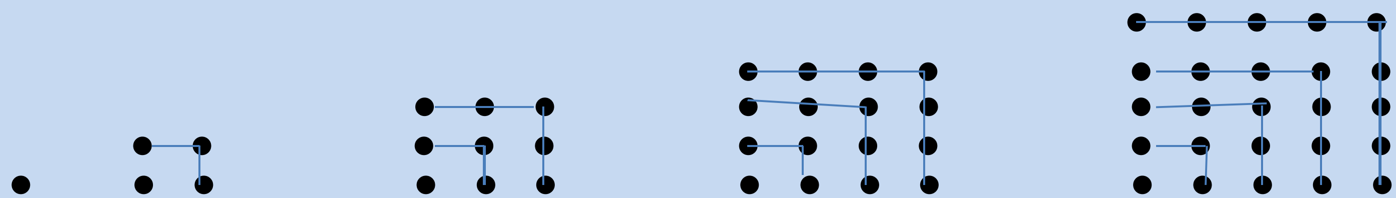
guiagratisbrasil.com

Veja mais jogos com palitos, acessando aqui



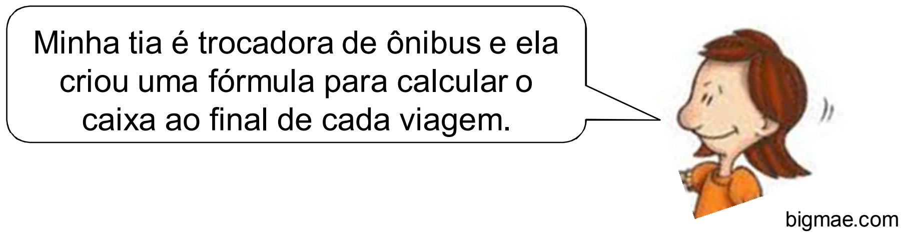
→ http://www.youtube.com/watch?v=abHXg156AvU

Observe a sequência, complete a igualdade abaixo de cada figura e responda à pergunta final.



$1 = 1^2$ $1 + 3 = \_\_\_ = \_\_^2$ $1 + 3 + 5 = \_\_\_ = \_\_^3$ $1 + 3 + 5 + 7 = \_\_\_ = \_\_^2$ $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \_\_\_ = \_\_^2$

Se *n* representa um número natural qualquer, aqui, a soma vale: **$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 13 + ... + (2n - 1) =$ _____**



Vamos refletir um pouco sobre o cálculo que a tia de Vera faz.

1. Ela começa a viagem com R$ 145,00, em moedas e cédulas de diversos valores, para o troco. A tia de Vera anota cada passageiro que paga em dinheiro. No final da viagem, ela confere o dinheiro, de acordo com as anotações feitas. O caixa dela “bate” sempre direitinho.

Sabendo que cada passagem custa R$ 2,75 e considerando ***p*** como o número de passageiros que paga em dinheiro, vamos equacionar essa situação?

2. Se 80 passageiros pagaram em dinheiro, qual será o total, no caixa, ao final dessa viagem?

3. Em uma viagem, ela se distraiu e perdeu a contagem dos passageiros que pagaram em dinheiro. Quando o fiscal foi conferir, seu caixa estava certo. Como ela poderia descobrir quantos foram os passageiros que pagaram em dinheiro, sabendo que, no caixa, havia R$ 409,00?

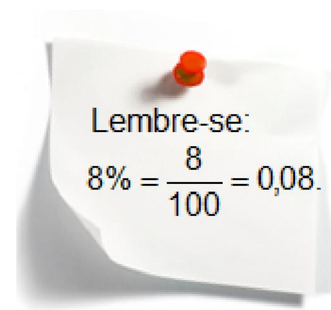
Meu pai trabalha no setor financeiro de uma empresa. Para calcular o salário dos funcionários, ele equaciona o cálculo e, em um programa de computador, calcula os salários rapidinho.

Ele deve usar o **Excel**. Esse programa facilita esse tipo de cálculo. Basta colocar a fórmula e o programa realiza os cálculos imediatamente.

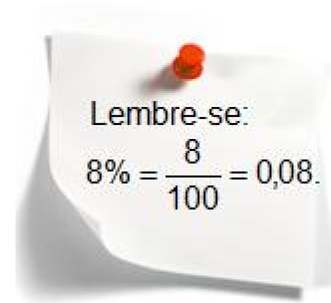
Vamos analisar e equacionar o cálculo que faz o pai de Beto.

Visite na Educopédia a aula sobre Excel.

4. Cada funcionário da empresa ganha por mês um salário fixo (***s***). Desse salário fixo, são descontados 8%. Logo, o funcionário recebe essa diferença. Equacione essa situação.



5. Se o salário mensal, sem o desconto, é de R$ 1.800,00, quanto esse funcionário recebe?



Substituindo, na equação, temos:

O funcionário recebe, por mês, R$ ___________.

6. Se, após o desconto, um funcionário recebe por mês R$ 2.300,00, qual é o salário real dele?

FIQUE LIGADO!!!

Equacionar uma situação é escrever, matematicamente, a regularidade, através de uma igualdade algébrica.

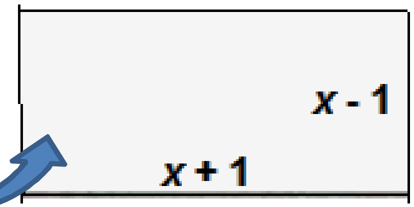
Uma comunidade ganhou, de uma empresa, 3 terrenos para a construção de áreas de lazer.

Esse terreno é retangular. Sua área mede 15 m².

O terreno era quadrado, mas ampliaram 1 m no comprimento e reduziram 1 m na largura.

Veja! Se ***x*** era a medida do lado do terreno quadrado, então esse terreno tem, como lados, ***x* + 1** e ***x* – 1**.

clipart



Fácil descobrir as medidas dos lados do terreno!

clipart

É só equacionar! Como a área do retângulo é obtida multiplicando a base pela ___________, basta multiplicar (______) por (_______) e igualar a_______.

(x + 1) (x – 1) é um produto notável!

Vamos obter a equação _____________.

clipart

Esta é uma equação de 2.º grau.

Como ele sabe que é uma equação de 2.º grau?

Porque o grau de uma equação é determinado pelo maior expoente da incógnita.

TAREFA DE CASA

Revendo Produtos Notáveis...

Vamos recordar os produtos notáveis?

A – Desenvolva os produtos notáveis.

a) (x + 2) . (x – 2) = ________

b) (y – z) . (y + z) = _________

c) (2y + 3) . (2y – 3) = _________

Lembre-se...

(x + 1) (x – 1) =

= x² _________

= x² _______

FIQUE LIGADO!!!

O produto da soma pela diferença de mesmos termos é igual ao

____

Lembre-se...

1º termo

(2x + 3y) (2x – 3y) =

= ______________

2º termo

B – Desenvolva as potências:

a) (x + 2)² = ___________________

b) (y – z)² = __________________

c) (2y + 3)² = ___________________

Lembre-se...

(x – 1)² =

(x – 1) (x – 1) =

= x² ________

= x² _______

FIQUE LIGADO!!!

O quadrado de uma soma ou de uma diferença é igual ao _____________________________

____

TAREFA DE CASA

Revendo grau do polinômio...

Fixando redução de equações...

Fixando determinação do grau de uma equação...

clipart

Vamos conhecer um pouco...

Lembrando...

A - O grau de um polinômio é determinado pelo maior expoente da variável.

Sendo assim,

$3x^2 - 5x + 4$ é um polinômio do _______ grau, pois o maior expoente da variável é ______.

Logo, $3x^2 - 5x + 4 = 0$ é uma equação de _______ grau.

Observe as equações abaixo e determine seu grau.

$2x^3 + x^2 + 5x - 3 = 0$ → _______ $5x - 7 = 0$ → ___________ $x^2 - 5x + 2 = 0$ → ___________

B - Vamos reduzir as equações à forma mais simples e determinar o seu grau...

a) $(x + 3)(x - 5) = 7$ → ___ - ____ + ____ - ____ - 7 = 0 → ____________ = 0 → ____ grau

b) $(x^2 + 2)(x^2 - 2) = 6$ → ________= 6 → _______ = 0 → _____ grau

c) $3x - 5 = 2x - 2$ → _________________________ = 0 → ______ grau

d) $\frac{3x(2x-1)}{2} + \frac{1}{x} = 2$ → ____ → ______ grau

Reparei que algumas equações aparecem escritas em ordem crescente do expoente da incógnita, como $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Essas equações se apresentam na forma normal ou reduzida.

Observando algumas equações reduzidas, notei que há equações com menos termos em que não aparecem todas as potências da incógnita.

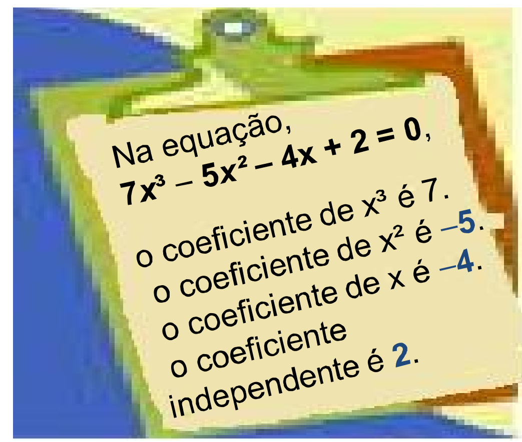
clipart

É que essas equações são *incompletas*. Por exemplo, $6x^3 - 3x^2 - 4x + 2 = 0$ é uma equação do 3.º grau completa, pois todos os coeficientes são diferentes de zero. Já $x^4 - 10 = 0$ é uma equação do 4.º grau incompleta, pois os coeficientes de x^3, x^2 e x são nulos.

O que são **coeficientes**?

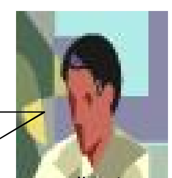
clipart

São as constantes que acompanham a incógnita (letra). Veja!



clipart

Entendi! Quando o coeficiente é <u>zero,</u> a incógnita não aparece e a equação é considerada incompleta. Legal!



clipart

Glossário: **termo independente** – é o valor que aparece sem a incógnita (letra), na equação.

TAREFA DE CASA

Fixando a determinação dos coeficientes de equações de 2.º grau...

Fixando tipos de equações (completas ou incompletas)...


clipart

A - Vamos rever os coeficientes das equações de 2.º grau.

Determine os coeficientes nas equações abaixo

i) $7x^2 + 5x + 8 = 0$ → **a** = _____ **b** = ____ **c** = ____

ii) $y^2 - y - 1 = 0$ → **a** = _____ **b** = ____ **c** = ____

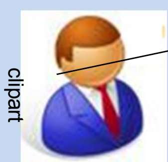
iii) $z^2 + 3z = 0$ → **a** = _____ **b** = ____ **c** = ____

iv) $3x^2 - 4 = 0$ → **a** = _____ **b** = ____ **c** = ____

v) $5x^2 = 0$ → **a** = _____ **b** = ____ **c** = ____


clipart

B – Numa equação do tipo **a**x^2 + **b**x + **c =** 0, o que acontece se **a** = 0, porém b ≠ 0 e/ou **c** ≠ 0? ____


clipart

C - Coloque as equações na forma reduzida e coloque, nos parênteses, **I** se a equação for incompleta e **C** se a equação for completa .

(   ) $3x(x - 7) = x^2 - 5$ → ______________

(   ) $5x + 4x^2 = 3x(x + 2) - x - 3$ → _________

(   ) $(x + 2)^2 = x + 4$ → _________________

Coordenadoria de Educação

Matemática – 9.º Ano
2.º BIMESTRE / 2013

A equação reduzida de $x^2 - 1 = 15$ é ____________.

É uma equação de 2.º grau incompleta.

clipart

Fazemos $x^2 = 0 + 16$, logo x^2 = ___.

Agora, vamos resolver a equação $x^2 - 16 = 0$.

Quais números ao quadrado são iguais a 16?

clipart

Podem ser ____ ou –4, pois $4^2 = (-4)^2 =$ ______.

clipart

Como as medidas dos lados do terreno são $x + 1$ e $x - 1$, se $x = 4$, os lados medem ___m e ___m. Se $x = -4$, as medidas seriam ____ e ____, o que não é possível. Logo, x só pode ser ____.

Fiquei intrigado! Como pode haver dois valores diferentes que servem para a mesma equação?

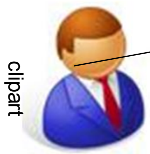
clipart

Uma equação de 2.º grau tem, no máximo, 2 raízes, que são chamadas de ***raízes* da equação**. Esses valores podem ser iguais ou diferentes.

Mas o que é raiz de uma equação?


clipart

É o valor que a incógnita assume, tornando a igualdade verdadeira.
Observe esse exemplo.


clipart

Substitua os valores de x, pelos dados abaixo, na equação $\boldsymbol{x^2 - 3x - 10 = 0}$ e determine quais deles são raízes dessa equação.

a) $x = 5$ → ______________________________ 5 é raiz da equação? ____, porque ________________

b) $x = 2$ → ______________________________ 2 é raiz da equação? ____, porque ________________

c) $x = 0$ → ______________________________ 0 é raiz da equação? ____, porque ________________

d) $x = -2$ → ______________________________ –2 é raiz da equação? ____, porque ________________

e) $x = -5$ → ______________________________ –5 é raiz da equação? ____, porque ________________

As raízes da equação $x^2 - 3x - 10 = 0$ são $x =$ ____ e $x =$_____.

Entendi! Um número é raiz de uma equação quando, substituindo a incógnita por ele, a igualdade é verdadeira.


clipart

É muito importante reconhecer se um valor é ou não raiz de uma equação.

TAREFA DE CASA

Fixando a determinação das raízes de equações de 2.º grau, a partir de números dados...

Revisão de valor numérico.

A – Verifique se 2 é raiz das equações abaixo.

i) $x^2 - 2x = 1$ ______________________________

ii) $3x^2 - 1 = 11$ ______________________________

iii) $x^3 = 2$ ______________________________

iv) $(x - 1)(x - 3)(x - 4) = 2$ ______________________________

B – Podemos afirmar que 2 e -3 são raízes da equação $3x^2 + 2x - 21 = 0$?

____

____

____

C – Classifique as afirmações em V (verdadeira) ou F (falsa).

i) O número 9 é raiz da equação $x^2 - 9x + 9 = 0$. (   )

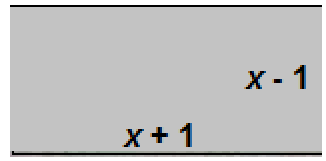
ii) As raízes da equação $6x^2 - 5x + 1 = 0$ são $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$. (   )

Descobrimos que as medidas dos lados do terreno são ______ e ______. Como poderemos saber quantos metros de cerca precisamos para cercar o terreno?

É fácil! Basta calcular o **perímetro**.

É só somar as medidas dos 4 lados do retângulo.

Vamos calcular o perímetro!

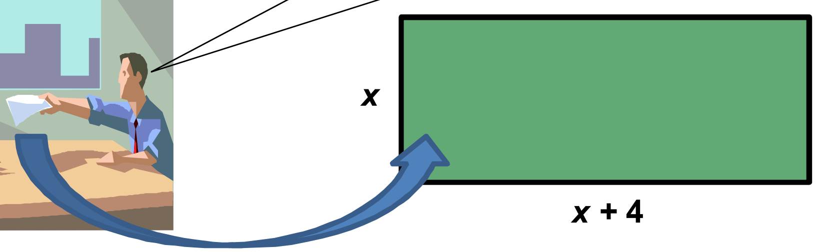


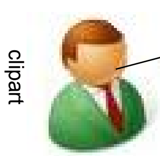
Precisamos de _______m de cerca.

Sabemos que a medida de sua superfície é 5 vezes a área do terreno quadrado. Vamos equacionar?

O próximo terreno que vamos estudar era quadrado, mas ganhou 4 m no comprimento.

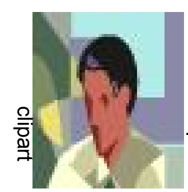
Veja! Se x era a medida do lado do terreno quadrado, então a área do novo terreno é _______ .





Equacionando a situação, temos...

$x \,.\, (x + 4) =$ ____ → ______________________________

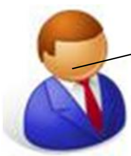


Como vamos resolver essa equação?

Basta fatorar o polinômio ___________ .


clipart

Eu me lembro! $4x$ é um fator comum. Logo, podemos colocá-lo em evidência.


clipart

Fatore a expressão e observe a equação formada.

$4x^2 - 4x = 0$ → _____________


clipart

Veja! Temos um produto cujo resultado é zero.
____
Os fatores são ____ e (_______).

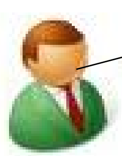
Como vamos descobrir o valor de x?


clipart

Diga-me dois números, diferentes de zero, cujo produto seja zero.

Entendi! Para que o produto seja zero, um dos fatores tem que ser ______.

Igualamos cada fator a zero e obtemos, assim, as duas raízes da equação.


clipart

Determine as raízes da equação $4x \cdot (x - 1) = 0$.

São raízes dessa equação: x = _____ e x = ______.

TAREFA DE CASA

Fixando a resolução de equações de 2.º grau incompletas...

A - Determine as raízes das equações abaixo.

i) $x^2 - 49 = 0$ → ______________________

ii) $2x^2 - 32 = 0$ → ______________________

iii) $5x^2 - 50 = 0$ → ______________________

iv) $2x^2 + 18 = 0$ → ______________________

B – Fatore as expressões algébricas a seguir.

i) $x^2 + 7x =$ __________

ii) ii) $3y^2 - 12y =$ ___________

iii) iii) $12z + 9z^2 =$ ____________

C – Resolva as equações.

i) $3x\,(x + 2) = 0$ → ____

ii) $x\,(2x + 5) = 2x$ → ____

TAREFA DE CASA

Fixando a resolução de equações de 2.º grau incompletas...

Continua▸

D – Resolva as equações abaixo.

a) $5x^2 - 10x = 0$ → ______________________________

b) $3x^2 - 7x = x(2x - 4)$ → ______________________________

c) $9x^2 = 54x$ → ______________________________

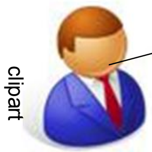
d) $(x - 5)(x - 6) = 30$ → ______________________________

e) $x\,(x + 2) = 2x + 25$ → ______________________________

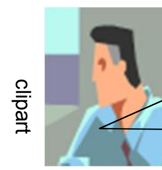
E – Observe, na atividade acima, as equações incompletas e suas raízes.

Lembrando que, na equação, **x=1**, vamos substituir nas expressões abaixo e determinar as medidas dos lados.

Após, calculamos a medida da cerca para o terreno.



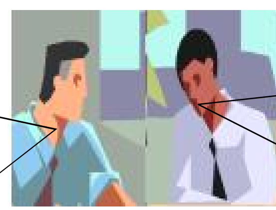
Determine as medidas dos lados do terreno e seu perímetro.



O zero é uma raiz, mas não vamos considerá-lo porque ________________________________ ________________________________ ______

Eles precisarão de _____ m de cerca.

Observei que as equações de 2.º grau que resolvemos são incompletas.
Quando uma equação possui x^2 e o termo independente da forma **$ax^2 + c = 0$**, as raízes são valores iguais com sinais ________________________.



É verdade! Mas temos que prestar atenção ao termo independente. Se ele for positivo, as raízes não são reais. Por exemplo:
$x^2 + 9 = 0 \;\rightarrow\; x^2 =$ _____ $\therefore$ as raízes não são reais, porque ________________________ ____________________________________

Reparei, também, que quando o termo independente não aparece, isto é, **$ax^2 + bx$** $= 0 \rightarrow$ **$x(ax + b)$**, uma das raízes é sempre _______.

Você analisou bem as equações incompletas!

FIQUE LIGADO!!!

A forma geral da equação do 2.º grau é:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

onde x é a incógnita, que pode ser representada por qualquer letra (y, z, w...) e **a**, **b** e **c** são valores constantes, chamados de ________________**.**

As equações de 2.º grau podem ser completas ou incompletas.

a) Podemos afirmar que $ax^2 + bx + c = 0$, se $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$ é uma equação de 2.º grau ___________.

b) Porém, se $a \neq 0$, $b = 0$ e $\frac{c}{a} < 0$, a equação, então, será _____________, do tipo $ax^2 + c = 0$, e suas raízes serão ______________________________________.

c) Se $a \neq 0$, $b = 0$ e $\frac{c}{a} > 0$, as raízes __________________________.

d) Quando $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c = 0$, a equação será também _____________, do tipo $ax^2 + bx = 0$, e uma de suas raízes será _____________.

e) Quando $a = 0$, temos uma equação do tipo $bx + c = 0$. Essa é uma equação do __1º__ grau.

Para aprender mais, realize as atividades da próxima página.

Recapitulando...

Determine o que se pede.

I) Escreva a equação de 2.º grau, do tipo $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, em que os coeficientes sejam **a** = 3, **b** = -2 e **c** = 7.

____

II) Na equação $py^2 + 3y - 2 = 0$, quais devem ser os valores de ***p*** para que ela seja de 2.º grau?

____

III) Em $(\boldsymbol{m - 3})w^2 - 5w + 4 = 0$, quais devem ser os valores de ***m*** para que a equação seja de 2.º grau?

V) Na equação do exercício **III**, o valor de ***m*** pode ser 2? ____

____

IV) Em $2z^2 - (\mathbf{n - 2})\, z + 5 = 0$, determine **n** de modo que as raízes sejam simétricas ou opostas.

V) Em $2z^2 - 3z + (\mathbf{k + 1}) = 0$, determine **k**, de modo que uma de suas raízes seja zero.

TAREFA DE CASA

Fixando as propriedades das equações de 2.º grau incompletas...

A – A equação (2**m − 6**)$x^2 + 6x + 3 = 0$ é de 1.º grau. Sendo assim, podemos afirmar que o valor de **m** é _____.

B – Na equação $x^2 + (2\mathbf{p} + 6)x - p = 0$, o valor de **p** pode ser –3, para que as raízes sejam reais opostas ou simétricas?_______ Por quê? ______________________________

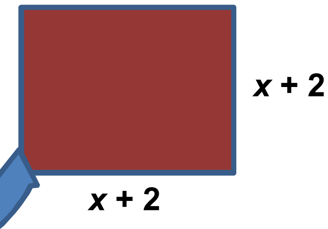
C – A equação $(\mathbf{n} - 3)x^2 + 5x + (\mathbf{n^2} - 9) = 0$ é do 2.º grau e uma de suas raízes é zero. Determine o valor de **n**.

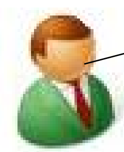
D - Em $2z^2 - (\mathbf{k + 2})\, z + (2\mathbf{k + 4}) = 0$, determine **k** de modo que apenas uma de suas raízes seja zero.

Vamos analisar o 3.º terreno que a comunidade ganhou.

Ele é quadrado. Foi ampliado em 2 metros na largura e no comprimento.

Sua área atual é 81 m².

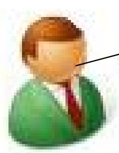



clipart

Equacionando a situação, temos...

Esta é uma equação de 2.º grau completa. Como vamos resolver?

Observe a equação, antes de colocá-la na forma reduzida: $(x + 2)^2 = 81$.
Podemos extrair a raiz quadrada em ambos os lados da igualdade. Veja!



Resolva a equação.

Já sei! As raízes dessa equação são x = ___ e x =______, mas, para nós, só serve o ______.

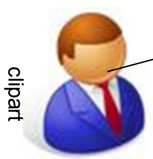

clipart

Você acertou!

Vamos substituir, nas expressões, e determinar as medidas dos lados.


clipart

Após, calculamos a medida da cerca para o terreno.


clipart

Determine as medidas dos lados do terreno e seu perímetro.

Eles precisarão de ______ m de cerca para esse terreno..

Mas existe outra forma de resolver equações de 2.º grau completas?


clipart

Podemos usar a fórmula de Bhaskara...

TAREFA DE CASA

Revisando fatoração de polinômios...

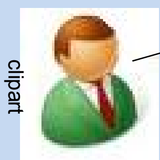
Fixando a resolução de equações de 2.º grau pela fatoração...

Fatore as expressões algébricas.

a) $x^2 - 4x + 4 =$ ______________ b) $4y^2 + 4y + 1 =$ ________________

c) $x^2 + 2xy + y^2 =$ ______________ d) $9y^2 - 12yz + 4z^2 =$ _________________

e) $x^2 - y^2 =$ ____________________ f) $16x^2 - 9y^2 =$ _______________



clipart

Fatore o 1.º membro da equação. Em seguida, resolva-as.

a) $x^2 - 2x + 1 = 9$

(_____)² = _____

(_________) = ± ___

$x =$ _____ ou $x =$ _____

b) $x^2 + 6x + 9 = 49$

(_______)² = 49

(______) = ± _____

$x =$ _____ ou $x =$ ______

c) $4y^2 - 4y + 1 = 25$

(_____)² = _____

(_________) = ± ___

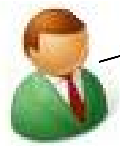
$y =$ _____ ou $y =$ _____

d) $9x^2 + 12x + 4 = 49$

(_______)² = 49

(______) = ± _____

$x = \frac{5}{3}$ ou $x =$ ______


clipart

Vamos descobrir juntos a fórmula de Bhaskara?

A ideia é genial! Tentar escrever **ax^2 + bx + c** como um produto.

Para isso, usaremos algumas espertezas matemáticas. Vamos lá!

Considerando a equação de 2,º grau como **$ax^2 + bx + c = 0$**, onde **$a \neq 0$**

a) subtraímos **c** de ambos os membros da equação. → **$ax^2 + bx + c - c = 0 - c$**, tem-se **$ax^2 + bx =$** ______

b) multiplicamos os dois membros da equação por *4a*. → **($ax^2 + bx$) . *4a* = -c . *4a***, tem-se **$4a^2x^2 + 4abx =$** ______

c) adicionamos $\underline{b^2}$ a ambos os membros. → **$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$**, tem-se **$4a^2x^2 + 4abx + b^2 =$** __________


clipart

Que legal!!!
Com esse processo, transformamos o 1.º membro da equação num trinômio quadrado perfeito!

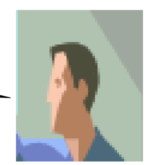
$$\begin{array}{ccccc} 4a^2x^2 & + & 4abx & + & b^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2ax & & 2 \cdot 2ax \cdot b & & b \end{array}$$

Logo, **$4a^2x^2 + 4abx + b^2$** = (__________)^2

d) temos, então, a igualdade (__________)^2 = **$b^2 - 4ac$**

e) extraímos a raiz quadrada dos dois membros. Encontramos **$2ax + b$** = __________________________

Agora, é só isolar o x!


clipart

f) subtraímos *b* dos dois membros. Temos **$2ax + b - b$** = _________________ **-*b*, isto é, $2ax$** = ___________________

g) dividimos ambos os membros por $\underline{2a}$. Tem-se x = ____________________________

clipart

Já sei!!! A fórmula de Bhaskara é:

$$x = \frac{-\mathbf{b} \pm \sqrt{\mathbf{b}^2 - 4\mathbf{ac}}}{2\mathbf{a}}$$

Vamos usar essa fórmula na equação que resolvemos pela fatoração?

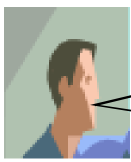
Boa ideia! Podemos comparar os resultados depois.

clipart

Sendo a equação geral de 2.º grau ax² + bx + c = 0, então em $\boldsymbol{x^2 + 4x - 77 = 0}$,

a = ____ , **b** = ____ e **c** = ______.

Substituindo, na fórmula, $$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-77)}}{2 \cdot 1}$$



clipart

Vamos calcular o radicando primeiro?

O radicando **b² – 4ac** é chamado de **discriminante** da equação e é representado pela letra grega **Δ.**

clipart

Como **Δ** = **b²** - 4 **. a . c** , então, nesta equação, **Δ** = ___² - 4 **.** ____ **.** ______

Calculando **Δ** = ____ + ______, logo **Δ** = ______.

Agora, é só calcular x.

Como $\pm\sqrt{324} = \pm 18$, temos agora 2 cálculos para fazer.

clipart

Ah! É nesse momento que surgem as duas raízes.

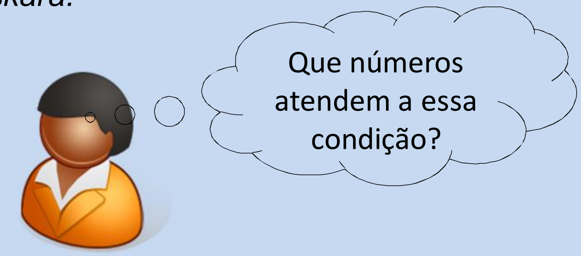
Veja!!! As raízes são as mesmas que achamos pela fatoração.

clipart

Com a prática, podemos escolher o processo que melhor nos convier.

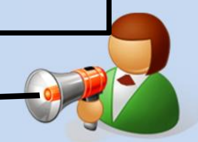
TAREFA DE CASA

Equacionar e resolver equações de 2.º grau pela fórmula de Bhaskara.



A – O quadrado de um número, diminuído do seu triplo, é igual a 40.

Verifique se as raízes encontradas estão corretas, substituindo cada uma delas na equação ou usando a soma e o produto.



B – Marcos levou, para sua viagem de férias, bermudas e camisas. Sabendo que o número de camisas é o dobro do número de bermudas mais 3 e que, com essas peças, ele pode fazer 27 trajes diferentes, quantas camisas Marcos levou para a viagem?

i) Considerando *x* como número de bermudas, o número de camisas pode ser representado por _______.

ii) Equacionando ___________________________________.

iii) Sendo a equação geral de 2.º grau $\mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c} = 0$, coeficientes dessa equação:

a = ____ , **b** = ____ e **c** = _____

iv) Calculando $\Delta = b^2 - 4ac$ $\rightarrow$ ____

v) Utilizando a fórmula de Bhaskara:

vi) O valor possível para o número de bermudas é ______________

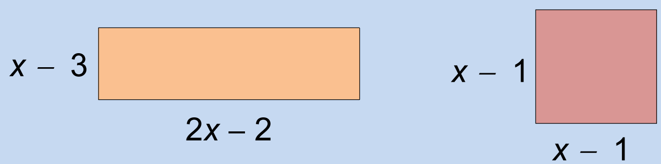
vii) O número de camisas é ______________________________________

TAREFA DE CASA

Resolvendo problemas que envolvem equações de 2.º grau...

A – A área do retângulo é igual à área do quadrado.

Observe as figuras abaixo.



Determine as medidas dos lados de cada figura.

i) Como as áreas são iguais, temos: $(2x - 2)(x - 3) = ($ _______ $)^2$

ii) Sendo assim, $2x^2 -$ ________________________________

iii) A equação reduzida é ________________________

iv) Coeficientes da equação são: **a** = _____ , **b** = _______ e **c** = _______.

v) Calculando $\mathbf{\Delta = b^2 - 4ac}$, tem-se: $\mathbf{\Delta =}$ _________________________________ ∴ $\mathbf{\Delta}$ = _________.

vi) Substituindo os valores conhecidos na fórmula de Bhaskara, tem-se:

vii) Raízes dessa equação: _______ e _________.

viii) Como o lado do quadrado é $x - 1$, a raiz que serve para o problema é ___.

TAREFA DE CASA

Resolvendo problemas que envolvem equações de 2.º grau...

B – O dobro do quadrado de um número menos o seu triplo é igual a 35. Esse número é negativo. Determine esse número.

i) Equacionando a situação ____

ii) Coeficientes da equação: **a** = ____ , **b** = ______ e **c** = ______.

iii) Calculando **Δ = b² - 4ac**, tem-se: **Δ =** ______________________________ ∴ **Δ** = ________.

iv) Substituindo os valores conhecidos na fórmula de Bhaskara, tem-se

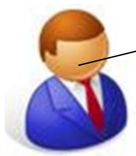
v) Raízes dessa equação: ______ e ________.

vi) Como esse número é negativo, ele é _______.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

www.brasilescola.com/matematica



clipart

Agora, serão propostas três equações de 2.º grau para que você as resolva.
Use a fórmula de Bhaskara.
Preste atenção a cada **Δ** e relacione com as raízes encontradas.
Você fará uma incrível descoberta!

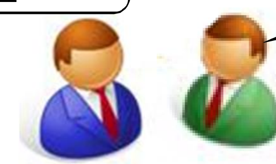
I) Determine as raízes de $x^2 - 4x + 4 = 0$.

a) Os coeficientes são: **a** = ____ , **b =** _____ e **c** = ____.

b) Calculando **Δ** = ____________ → $\boxed{\Delta = \_\_\_\_.}$

c) Usando a fórmula de Bhaskara, tem-se: $x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$

d) Calculando as raízes,
- a 1ª raiz é $x_1 = \dfrac{4+0}{2} \rightarrow x_1 = \ldots\ldots\ldots$
- a 2ª raiz é $x_2 = \dfrac{4-0}{2} \rightarrow x_2 = \ldots\ldots\ldots$



II) Resolva a equação $x^2 + x - 12 = 0$.

a) Os coeficientes são: **a** = ____ , **b =** _____ e **c** = ____.

b) Calculando **Δ** = ________________ → $\boxed{\Delta = \_\_\_\_.}$

c) Usando a fórmula de Bhaskara, tem-se: $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1}$

d) Calculando as raízes,
- a 1ª raiz é $x_1 = \dfrac{-1+7}{2} \rightarrow x_1 = \ldots\ldots\ldots$
- a 2ª raiz é $x_2 = \dfrac{-1-7}{2} \rightarrow x_2 = \ldots\ldots\ldots$

III) Quais são as raízes de $x^2 - 2x + 10 = 0$?

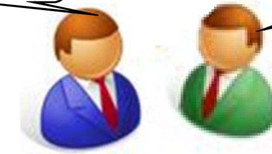
a) Os coeficientes são: **a** = ____ , **b** = ____ e **c** = ____ .

b) Calculando **Δ** = _______________ → **Δ** = _____.

c) Aplicando a fórmula de Bhaskara, tem-se: __________________

O **Δ é igual a** ______.

Qual é a raiz de -36?



clipart

clipart

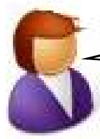
Quando elevamos um número ao quadrado, o resultado é sempre um número _________.

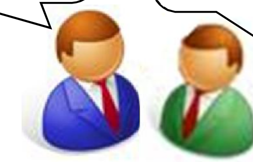
Veja!

$6^2 = 6 \times 6 =$ ____ e $(-6)^2 = (-6) \times (-6) =$ ____

A raiz quadrada de (**-36)** não é um número real.

Logo, as raízes dessa equação **não são números reais.**





Percebeu que há uma relação entre **Δ** e as raízes?

a) As raízes são reais e iguais, quando **Δ** é _______.

b) As raízes são reais e diferentes, quando **Δ** é ________que zero.

c) As raízes não são reais, quando **Δ** é ________ que zero.

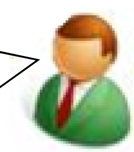
Vou sempre calcular o **Δ** antes de resolver a equação. Assim, já sei que tipo de raízes vou encontrar.

FIQUE LIGADO!!!

Discriminante da equação de 2.º grau

- Se **Δ = 0**, suas raízes são **reais e** _______.
- Se **Δ > 0** (positivo), suas raízes são **reais e** _______________.
- Se **Δ < 0** (negativo), suas raízes ________________ .

Agora, eu sei porque **Δ** se chama discriminante.
Ele indica se as raízes de uma equação de 2.º grau são reais e iguais, reais e diferentes ou se não são reais.



Recapitulando...

1. Complete a sentença abaixo, determinando o tipo de raízes.

A equação $\mathbf{2y^2 - y - 8 = 0}$ possui raízes _______________ , porque _____________________________.

2. De que tipo são as raízes da equação $\mathbf{w^2 + 10w + 25 = 0}$? Justifique sua resposta.

____

3. Sabendo que a equação $\mathbf{x^2 - 2x + (m - 3) = 0}$ tem raízes reais e iguais, qual é o valor de $\mathbf{m}$?

a) Para que as raízes sejam iguais, **Δ** ______.

b) Então, $\mathbf{b^2 - 4ac}$ = _____.

c) Substituindo os coeficientes, tem-se:

____ → m = ____

d) O valor de **m** deve ser _____.

4. O valor de *k,* para que a equação $\mathbf{2w^2 - 2w - k = 0}$ tenha raízes reais e diferentes, pode ser zero?

a) Para que as raízes sejam reais e diferentes, **Δ** > ____.

b) Então, $\mathbf{b^2 - 4ac}$ _______.

c) Substituindo os coeficientes, tem-se:

____ ∴ *k* ____________________

d) O valor de k _________ (pode/não pode) ser zero, porque _________________________.

TAREFA DE CASA

Fixando o estudo do discriminante de equações de 2.º grau...

A – Classifique as afirmações em V (verdadeira) ou F (falsa).

i) Quando o discriminante (Δ), numa equação do 2.º grau, é menor que zero, ela não tem raízes reais.

ii) Quando o discriminante (Δ), numa equação do 2.º grau, é maior que zero, ela tem raízes reais e diferentes.

iii) Quando o discriminante (Δ), numa equação do 2.º grau, é igual a zero, ela não tem raízes reais.

iv) Quando o discriminante (Δ), numa equação do 2º. grau, é menor que zero, ela tem raízes reais e iguais.

v) Quando o discriminante (Δ), numa equação do 2.º grau, é igual a zero, ela tem raízes reais e iguais.

A.1 – Reescreva, corretamente, as afirmações que você considerou falsas.

____

____

____

____

B – Podemos afirmar que a equação $3x^2 - 4x + 1 = 0$ possui raízes reais e diferentes? _____ Por quê?

____

TAREFA DE CASA *Fixando o estudo do discriminante de equações de 2.º grau...*

C – Na equação $4x^2 - (\mathbf{p} + 1)x + (\mathbf{p} - 2) = 0$, determine os valores de **p**, para que a equação tenha raízes reais e iguais.

Substitua cada valor encontrado para **p**, verifique se estão corretos e determine as raízes das equações encontradas.

Fiz uma experiência e descobri algo incrível.

clipart

Mostre!

clipart

Lembre-se de que a equação geral de 2.º grau é **a**x^2 + **b**x + **c** = 0.

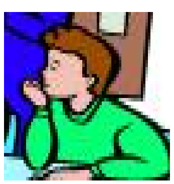
Por meio da fórmula de Bhaskara, as raízes podem ser encontradas assim: $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ e $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Se somarmos as raízes, temos: $x_1 + x_2 =$ ____

Como os denominadores são iguais, podemos colocar toda a soma toda sobre o mesmo denominador.

$x_1 + x_2 =$ ______________________ Como as raízes quadradas são simétricas, podemos eliminá-las.

Então, temos: $x_1 + x_2 =$ ____



clipart

Quer dizer que a soma das raízes é igual ao simétrico ou oposto da razão entre o coeficiente ____, e o coeficiente ____, isto é _____?

clipart

É isso aí! Vamos testar?

Vamos descobrir as raízes de
$z^2 - 7z - 30 = 0$?


clipart

Verificando...

a) $z_1 + z_2 =$ _______________

As raízes que encontramos foram _____e ______.


clipart

b) Utilizando a regra que encontramos, ________________________

____

Não é que deu certo!


clipart

Descobriu mais alguma coisa?


clipart

Sim! Veja que legal!

Agora, vamos multiplicar as raízes.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdot \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{\left(-b+\sqrt{b^2-4ac}\right)\cdot\left(-b-\sqrt{b^2-4ac}\right)}{2a \cdot 2a}$$

Continua▶

Continua▸

Como, no numerador, há um produto da soma pela diferença, temos: $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{(-b)^2 - \left(\sqrt{b^2 - 4ac}\right)^2}{......a^2} \rightarrow x_1 \cdot x_2 =$ _________

clipart

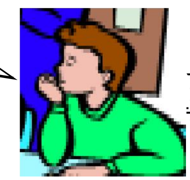
DIC@

Ao elevarmos ao quadrado uma raiz quadrada, o resultado é o módulo do radicando.
Exemplo: $\sqrt{(-5)^2} =$ _____

Retirando os parênteses: $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$

Simplificando $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{4ac}{4a^2} = \dfrac{c}{a}$

Nossa! O produto das raízes é igual à razão entre o coeficiente ____ e o coeficiente ____, ou seja, ____.



clipart

clipart

Vamos testar com a mesma equação
z² − 7z – 30 = 0?

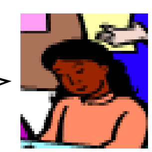
Verificando...

a) $z_1 \cdot z_2 = (-3) \cdot$ ___________

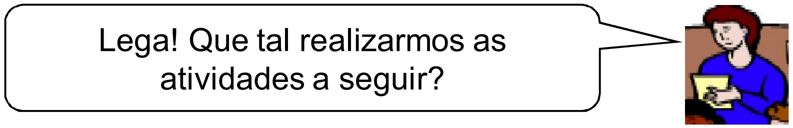
b) Utilizando a regra encontrada,

$\dfrac{c}{a} =$ ____ $\rightarrow$ $\dfrac{c}{a} =$ ____

Adorei isso! Acho que essas descobertas irão nos ajudar bastante.



clipart



clipart

Lembre-se: uma equação do 2.º grau é da forma **a**x^2 + **b**x + **c** =0, com **a** $\neq$ 0.

1. Assinale o par de números que são raízes de uma equação de 2.º grau, cuja soma dessas raízes é **-7** e o produto é **-8**. e em que o coeficiente de x^2 é um (**a** = 1).

( ) 2 e 6 ( ) -8 e 1 ( ) -3 e -4

2. Determine a soma (S) e o produto (P) das raízes das equações.

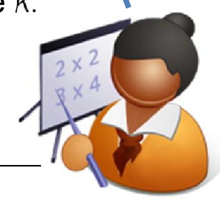
a) $\mathbf{x^2 - 6x - 7 = 0}$ ⟶ (S) = __________ (P) = __________

b) $\mathbf{3y^2 + 4y + 1 = 0}$ ⟶ (S) = __________ (P) = __________

DIC@

Substitua os valores encontrados e verifique se acertou!

3. Se a soma das raízes da equação $\mathbf{x^2 + (2k - 3)x - 12 = 0}$ é igual a 7, determine o valor de k.



Pensando e resolvendo...

A soma das raízes é: ___ Como a soma pode ser determinada por $-\frac{b}{a}$, então, $-\frac{2k-3}{1} =$ _____

Temos: - (2k – 3) = ____ → 2k = _______ → k = ______.

O valor de k deve ser _______.

4. Na equação $\mathbf{4y^2 - 8y + 4p = 0}$, o produto de suas raízes é 1. Determine o valor de p.

DIC@

Produto das raízes = $\frac{c}{a}$

a) O produto das raízes é:

b) Então: 4p = ____ → p = ____

c) O valor de p deve ser ______.

5. Em uma equação de 2.º grau, a soma de suas raízes é 5 e o produto dessas raízes é – 14. Sabendo que o coeficiente do termo em x^2 é 1, então essa equação é ______________

Nossa! Na atividade 5, montamos uma equação!

Será que podemos compor equações a partir das raízes?

Como acham que a professora faz tão depressa tantas equações para resolvermos?

clipart

Para ficar mais fácil, faremos **a = 1**.

clipart

6. Escreva uma equação de 2.º grau que tenha raízes 3 e -4.

a) A soma das raízes é _______.

b) O produto das raízes é ________.

c) Utilizando os coeficientes, podemos afirmar que a soma das raízes é: ______

d) Logo, $-\frac{b}{a} =$ ______________ → b = ____.

e) Utilizando os coeficientes, podemos afirmar que o produto das raízes é:

f) Logo, $\frac{c}{a} =$ ______ → c = ______.

g) Se **a** = ____, **b** = _____ e **c** = ____, então, a equação será _____________= 0

Ou podemos escrever a equação na forma de um produto: $(x + 3)(x - 4) = 0$.
Note que
$(x + 3)(x - 4) = x^2 +$ _______

A minha última descoberta foi a mais incrível!
Através da soma e do produto, é simples achar as raízes de equações de 2.º grau, se as raízes forem números inteiros.

Com certeza!

Como assim?

clipart

Vamos brincar um pouco?
Diga 2 números que somados deem 7 e cujo produto seja 10.

Os números inteiros que têm produto 10 são:
1 e ___, 2 e ___, -10 e ____, –5 e ____.


clipart

Mas para a soma ser 7, só podem ser ___ e ___.


clipart

Vocês entenderam? Aprendam mais com as atividades abaixo!...

Descubra os dois números inteiros que atendam às condições propostas a seguir.

a) Somados dão 6 e multiplicados resultam em 5? ______;

b) O produto é 15 e a soma é -8 são ____ e _____ ;

c) O produto é -30 e cuja soma é -1. _______.

Entendi! Começando pelo produto fica mais fácil!
Veja o esquema que fiz.


clipart

FIQUE LIGADO!!!

Se o produto de 2 números for

➢positivo, os números têm sinais _________.

➢negativo, os números têm sinais ____________.

Se os 2 números têm

➢<u>sinais iguais</u>, a **soma** é o resultado da <u>adição</u> de seus módulos com o mesmo sinal desses números;

➢<u>sinais diferentes</u>, a **soma** é o resultado da _________de seus módulos com o sinal do número com ______________ (maior/menor) módulo.

Lembre-se de que
• o módulo ou valor absoluto de um número real é o próprio número, se ele for positivo;
• o módulo ou valor absoluto de um número real será o seu simétrico, se ele for negativo.

http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/definicao-modulo-um-numero-real.htm


clipart

Mas como vamos usar isso para descobrir as raízes de uma equação de 2.º grau?

Vamos refletir um pouco e determinar as raízes das equações propostas nas próximas atividades.


clipart

Utilizando a *soma* e o *produto* das raízes, determine as raízes das equações abaixo.

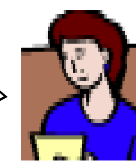
I) $x^2 - 9x + 18 = 0$.

a) O produto das raízes é ____

b) A soma das raízes é ____

c) Os números, cujo produto é_____ e a soma é ____, são ____ e ____.

Agora, temos mais formas para resolver equações de 2.º grau.
É só escolher.


clipart

II) $2z^2 + 4z - 30 = 0$.

a) O produto das raízes é ____

b) A soma das raízes é ____

c) Os números, cujo produto é ______ e a soma é _____, são ____ e _____.

TAREFA DE CASA

Fixando as relações de soma e produto das raízes de equações de 2.º grau...

Encontre as raízes das equações e verifique se os resultados encontrados estão corretos.

A – Determine a soma e o produto das raízes das equações do tipo $\mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c} = 0$:

i) $z^2 - 7z - 30 = 0$

ii) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

B – Determine as raízes da equação $x^2 + 3x - 28 = 0$, utilizando a soma e o produto das raízes.

Resolva a equação por Bhaskara e verifique se as raízes encontradas estão certas.

C – Descubra o produto das raízes da equação $x^2 - 3\mathbf{m}x + 4\mathbf{m} = 0$, sabendo que a soma de suas raízes é 6.

D – Componha a equação $\mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c} = 0$, em que $\mathbf{a} = 1$ e suas raízes sejam 5 e -3.

clipart

Agora, resolvam a equação $y^2 - 2 = 0$.
Localizem, aproximadamente, suas raízes na reta numérica.

clipart

Entre que inteiros está $\sqrt{2}$?

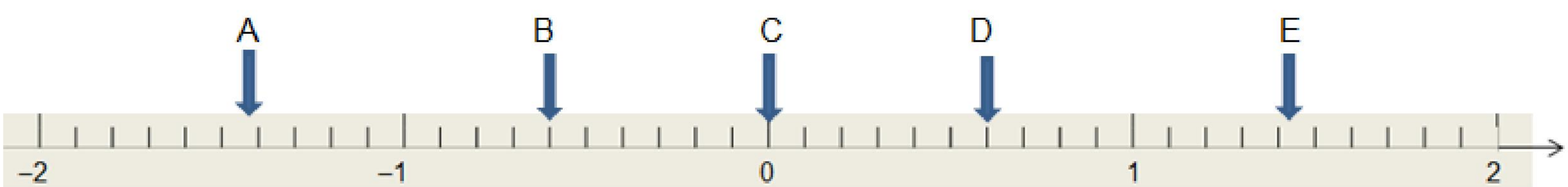
Utilize o processo que quiser.

As raízes são y_1 = ______ **e** y_2 = ______

Vamos completar: $\sqrt{1} =$ _____ $\sqrt{4} =$ ____

Descobri! A $\sqrt{2}$ está entre a $\sqrt{\_\_\_}$ e a $\sqrt{\_\_\_}$. Logo, a raiz de 2 está entre os inteiros ____ e _____, mais próximo de _____.

Muito bem! Verifiquei, usando a calculadora. Encontrei como $\sqrt{2}$ um valor aproximado igual a ______________
Veja as setas.
Quais delas apontam para os valores mais próximos das raízes dessa equação?



São as setas ____ e ______ .

TRIÂNGULO RETÂNGULO

Preciso reforçar esse teto!

redesul.am.br

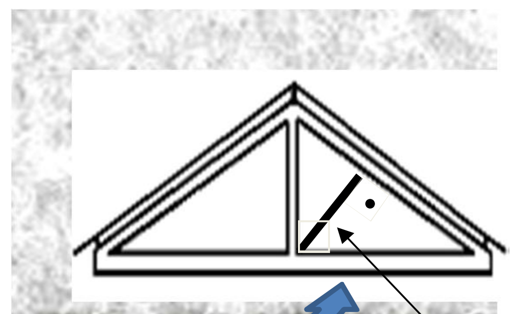
Como pretende fazer esse reforço?

clipart

todaoferta.uol.com.br

Vou desenhar esse triângulo separadamente, para calcular melhor.

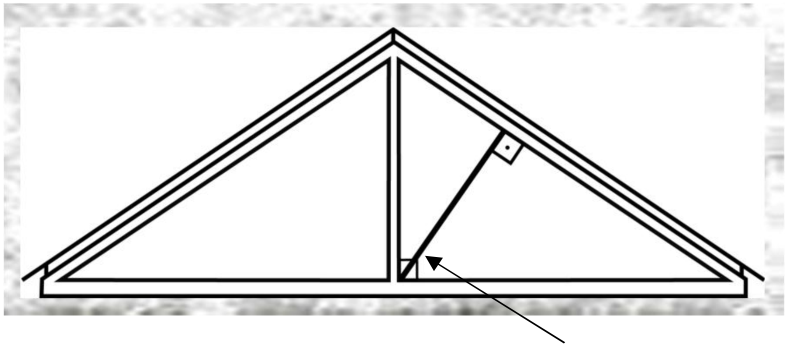
clipart



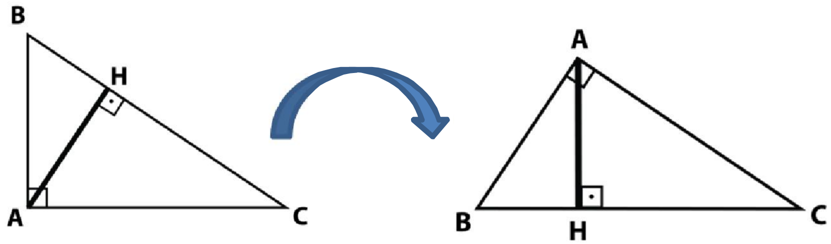
SUSTENTAÇÃO

http://www.infoescola.com/engenharia-civil/telhados/

TRIÂNGULO RETÂNGULO



O triângulo **ABC** é retângulo em **Â**. $\overline{AH}$ é a altura relativa à hipotenusa.



a) Um triângulo é chamado de retângulo quando possui um ângulo _______ (mede 90°).

b) Os seus lados possuem nomes especiais. O lado oposto ao ângulo reto é chamado de ____________.

c) Observe! A **hipotenusa** é o lado representado por _______.

d) Os lados que formam o ângulo reto são chamados de __________.

e) Nas figuras acima, os **catetos** são os lados _______ e _______.

Um segmento é perpendicular a outro quando forma 90° com ele.

f) O segmento perpendicular à hipotenusa que parte do vértice oposto a ela é uma **altura** em relação à hipotenusa. Cada cateto é a altura em relação ao outro. No desenho, é o segmento _______.

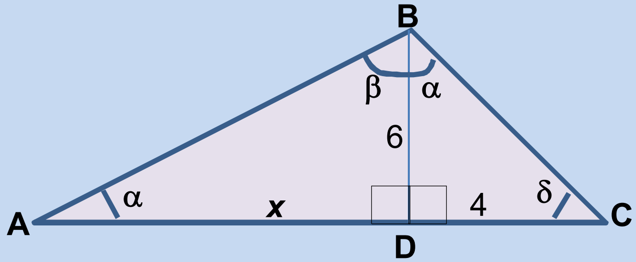
Coordenadoria de Educação

Matemática – 9.º Ano
2.º BIMESTRE / 2013

TAREFA DE CASA

Relembrando semelhança de triângulos e suas relações...

Observe o triângulo retângulo ABC, de ângulo reto em B e determine o que se pede..



i) Podemos afirmar que a medida do ângulo β é igual à medida de δ? _____. Por quê?

ii) Podemos afirmar que o triângulo ABD é semelhante ao triângulo BCD? _____.
Por quê? ____

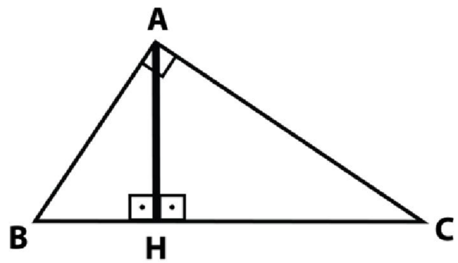
iii) O lado AB do triângulo ABD corresponde ao lado ________ do triângulo BCD, porque ambos os lados são opostos ao _________________.

iv) O lado BD do triângulo ABD, corresponde ao lado ________ do triângulo BCD, porque ambos os lados são opostos ao _________________.

v) O lado AD do triângulo ABD, corresponde ao lado ________ do triângulo BCD, porque ambos os lados são opostos aos ___________________________________.

vi) Se o lado BD mede 6 cm e o lado CD mede 4 cm, então, o lado AD mede ______.

$$\frac{BD}{CD} = \frac{\_\_\_}{BD} \rightarrow \frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{\_\_\_} \rightarrow \_\_\_\,x = \_\_\_ \cdot \_\_\_ \quad \therefore \quad x = \_\_\_\_$$



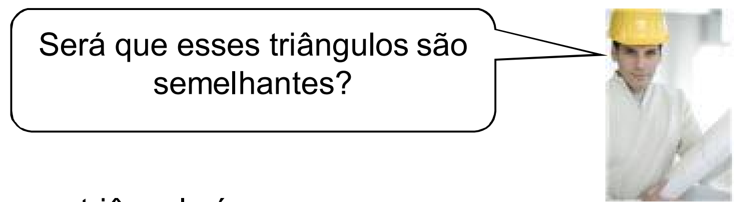
Observando-se o triângulo retângulo com a altura relativa à hipotenusa traçada, podemos ver três triângulos.

São eles:

► triângulo **ABC.**

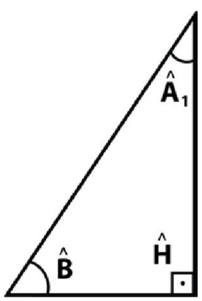
► triângulo **HBA.**

► triângulo _____.



Sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre ______.

Vamos observá-los separadamente.



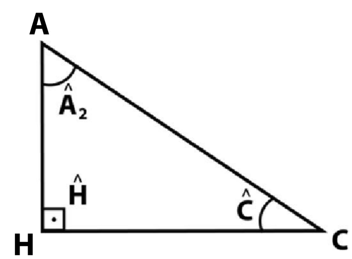
Somando as medidas de seus ângulos,

$$\hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{H} = 180^o$$

Como $\hat{H}$ = ____,

$$\hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{H} = 180^o \quad \rightarrow \quad \hat{A}_1 + \hat{B} = \text{\_\_\_\_\_}.$$

Então $\hat{A}_1 = 90^o -$ ___.



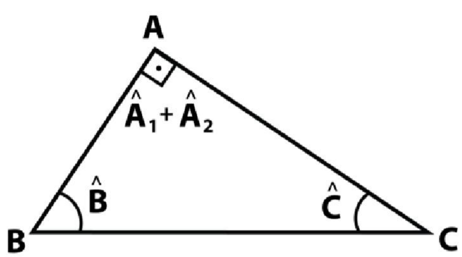
Somando as medidas de seus ângulos,

$$\hat{A}_2 + \hat{C} + \hat{H} = 180^o$$

Como $\hat{H}$ =____.

$$\hat{A}_2 + \hat{C} + 90^o = 180^o \quad \rightarrow \quad \hat{A}_2 + \hat{C} = \text{\_\_\_\_}.$$

Então $\hat{A}_2$ =_______.



Somando as medidas de seus ângulos,

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{B} + \hat{C} = 180$$

Como $\hat{A}_1 + \hat{A}_2$ = ____,

$90° + \hat{B} + \hat{C} = 180° \quad \rightarrow \quad \hat{B} + \hat{C}$ = ____.

Então $\hat{\mathbf{B}}$ **=** ______ e $\hat{\mathbf{C}}$ = ______.

Concluindo...

\# Se $\hat{\mathbf{A}}_1$ **=** ______ e $\hat{\mathbf{C}}$ = _______, logo A_1 **=**____

\# Se $\hat{\mathbf{A}}_2$ **=** ______ e $\hat{\mathbf{B}}$ = _______, logo $\hat{\mathbf{A}}_2$ **=** ___

Os triângulos ABC, HBC e HAC são semelhantes?________

Por quê?____

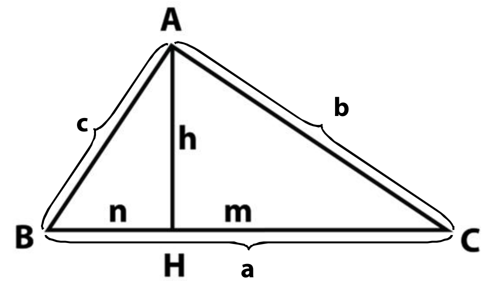

clipart

Já sei que, ao traçar a altura relativa à hipotenusa em um triângulo retângulo, obtenho três triângulos retângulos ______________.
Agora, vou verificar as relações que posso obter com as medidas de seus lados.

RELAÇÕES MÉTRICAS EM UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

- Nomeando as medidas dos segmentos que compõem o triângulo retângulo...

São elas:



a → a medida da hipotenusa.

___→ a medida de um cateto.

___→ a medida do outro cateto.

___→ a medida da altura em relação à hipotenusa.

A altura divide a hipotenusa em dois segmentos **(m** e **n),** que são as projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa.

m → é a medida da projeção ortogonal de **b**.

n→ é a medida da ______________________________________.

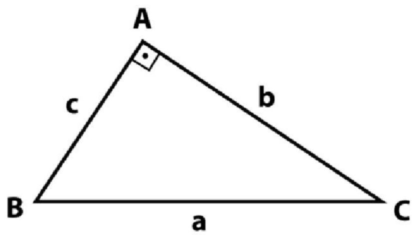
A 1.ª relação eu descobri. Se *somar as medidas das projeções dos catetos, obtenho a _____________________.*

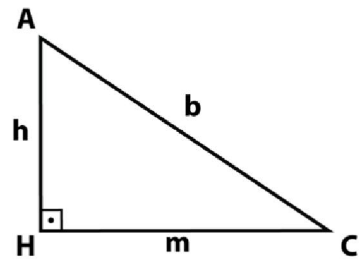

clipart

Então, **a = ____+ ______ → (1ª relação)**

Comparando os dois triângulos maiores...

Como os triângulos **ABC** e **HAC** são semelhantes, complete a igualdade com os lados correspondentes.





$$\frac{\overline{AC}}{\overline{HC}} = \frac{\overline{BC}}{.....} \rightarrow \frac{b}{m} = \frac{}{b}$$

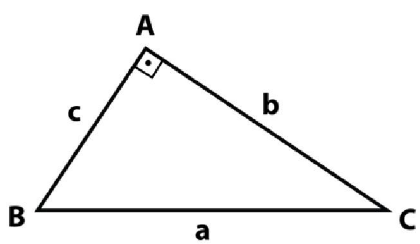
Multiplicando meios e extremos...

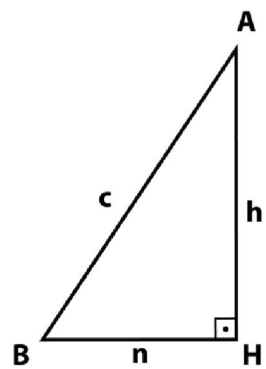
b . b = a . ___ → __________ (2ª relação)

O quadrado da medida do cateto (b) é igual ao produto das medidas da ____________, pela medida de sua projeção.

Comparando o triângulo maior com o menor...

Como os triângulos **ABC** e **HBA** são semelhantes, complete a igualdade com os lados correspondentes.





$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{BC}}{} \rightarrow \frac{c}{n} =$$

Multiplicando meios e extremos...

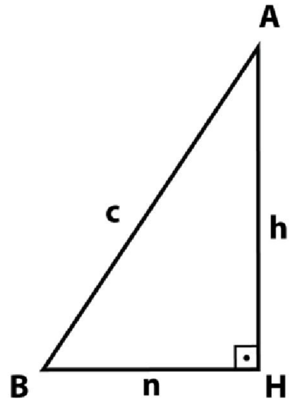
c . c = a . ___ → __________ (3ª relação)

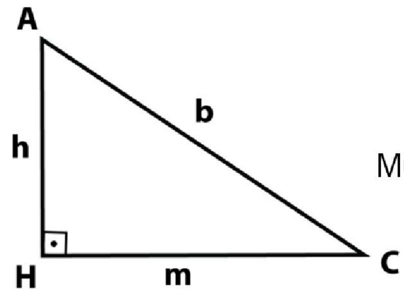
O quadrado da medida do outro cateto (c) é igual ao produto das medidas da ____________, pela medida de sua projeção sobre ela.

clipart

A 2.ª e a 3.ª relações são parecidas.
Descobri que *o quadrado do cateto é igual ao produto da ______________ pela sua projeção.*

Comparando os triângulos menores.





Como os triângulos **HBA** e **HAC** são semelhantes, complete a igualdade com os lados correspondentes.

$$\frac{\overline{HA}}{\overline{HC}} = \frac{\_\_\_}{\overline{HA}} \rightarrow \frac{h}{m} = \frac{n}{\_\_\_}$$

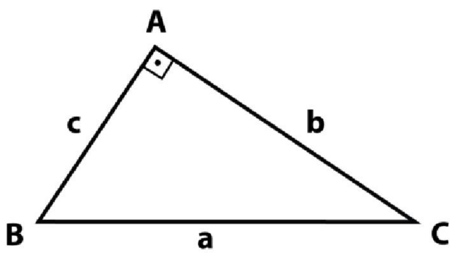
Multiplicando meios e extremos.

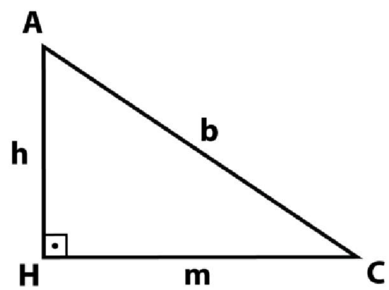
h . h = m . ____→ ______________ (4ª relação)

Na 4.ª relação, descobri que *o quadrado da medida da altura é igual ao produto das medidas das ____.*

clipart

Comparando os dois triângulos maiores novamente...





Agora, vamos correlacionar os dois maiores lados de cada triângulo e completar a igualdade com os lados correspondentes.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{\_\_\_} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\_\_\_}{h}$$

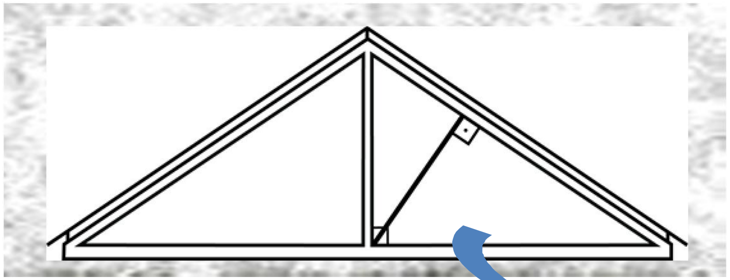
Multiplicando meios e extremos...

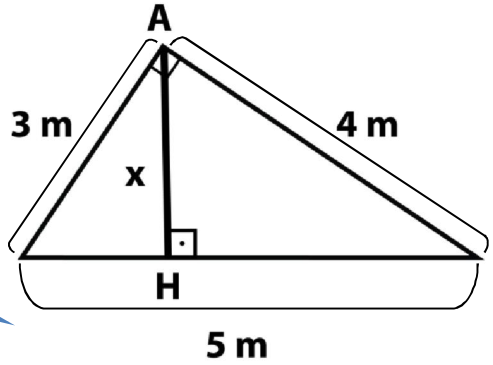
a . ___= ____ . c → _____________ (5ª relação)

Nesta 5.ª relação, descobri que *o produto da medida da hipotenusa pela medida da altura relativa a ela é igual ao produto das medidas dos* _____________.

Essa relação é que vai me ajudar a resolver o problema da viga no telhado.

Retomando o projeto...





De acordo com as medidas da figura à esquerda, complete e calcule a medida do comprimento da viga de sustentação.

a) Considerando as representações das medidas dos elementos de um triângulo retângulo:

a = ____ **b** = ___ **c** = ___ **h** = ____

Calculando...

b) Utilizando a 5ª relação:

ah = **bc** ⟹ __________________

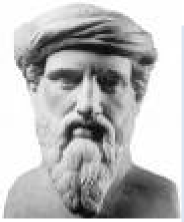
c) O valor de ***x*** é ________.

d) A viga de sustentação deve medir ________ **m**.

E o **Teorema de Pitágoras**?
Não serviria para calcular a sustentação do telhado?

clipart

Não. Porque, nesse caso, já conhecemos todos os lados do triângulo retângulo. Mas é sempre bom conhecer esse teorema.



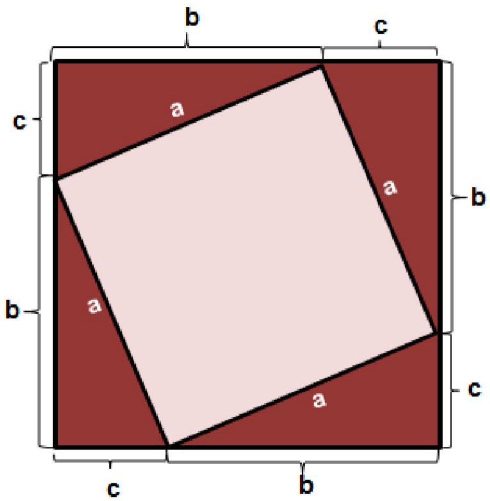
www.suapesquisa.com/pesquisa/pitagoras.htm

Você sabia que...

- Pitágoras é conhecido pelo famoso teorema que leva seu nome, mas era também filósofo e astrônomo, além de matemático?
- Pitágoras foi o fundador de uma escola de pensamento grega denominada, em sua homenagem, de **pitagórica**, cujos princípios foram determinantes para a evolução geral da matemática e da filosofia ocidental?

EXISTEM MAIS DE 350 DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS

A próxima atividade utiliza um processo com base em uma dessas demonstrações.



Nesta figura, vemos dois quadrados.

- Um claro de lado **a.**
- Um escuro de lado (**b + c**).

Vamos achar a área do quadrado claro.

Muito fácil! Como o lado do quadrado claro é **a**, então sua área é _____.

Experimente outra forma de achar a área do quadrado claro, usando o quadrado maior.

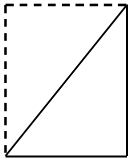
clipart

Podemos calcular a área do quadrado grande e tirar a área desses 4 triângulos retângulos escuros.

Mas como se calcula a área de um triângulo retângulo?

clipart

Veja a figura ao lado.

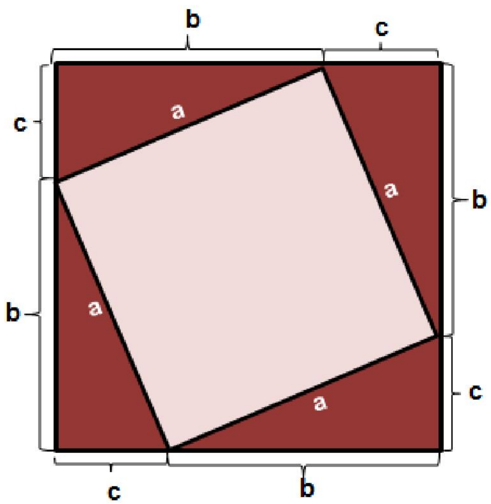


O triângulo retângulo é a metade de um retângulo.

clipart

Se a área de um retângulo é o produto de seus lados, a do triângulo retângulo é

____.



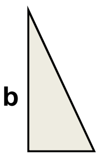
Utilizando a dedução do nosso amigo, vamos calcular a área do quadrado claro, observando e utilizando as medidas do quadrado escuro.

a) Se o lado do quadrado grande é _________, a área da figura toda é (_______)².

b) Desenvolvendo esse quadrado...

$(\mathbf{b} + \mathbf{c})^2 =$ ________________

c) A área de cada triângulo retângulo é



d) A área dos 4 triângulos é ______________________


clipart

Agora, é só tirar a área dos ________________ da área total da figura, para descobrir a área do quadrado claro.

FIQUE LIGADO!!!

Igualando a 1.ª fórmula do quadrado claro com essa, temos ___² = ________.

Olha a fórmula do Pitágoras aí, minha gente!

Pesquisar na rede!

Veja outras demonstrações do TEOREMA DE PITÁGORAS no site abaixo. http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm28/torema.htm

Também podemos demonstrar o **Teorema de Pitágoras**, usando as relações que encontramos. Observe.

Na soma $\mathbf{b^2 + c^2}$, substituímos o **b** e o **c** pelas expressões que deduzimos.

$\mathbf{b^2 =}$ _____ e $\mathbf{c^2 =}$ ______ A soma ficará __________

Para simplificar essa expressão, podemos colocar o ____ em evidência (fator comum).

Temos a seguinte igualdade:

$\mathbf{b^2 + c^2 = a}$ **(________)**

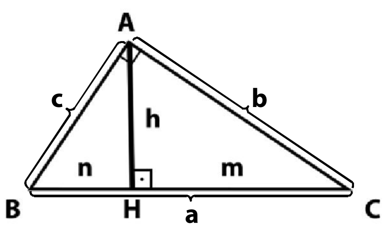
Como **m + n = a,** então...

$\boxed{\mathbf{b^2 + c^2 =} \text{ \_\_\_\_\_\_ }}$

A soma dos quadrados dos catetos é igual ao ________________________.

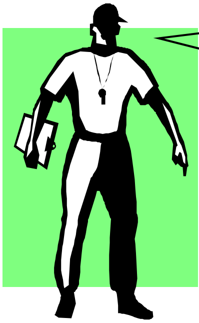
FIQUE LIGADO!!!

RELAÇÕES MÉTRICAS EM UM TRIÂNGULO RETÂNGULO



- $\mathbf{a = m + n}$
- $\mathbf{b^2 = am}$
- $\mathbf{c^2 = an}$
- $\mathbf{h^2 = mn}$
- $\mathbf{ah = bc}$
- $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$

A)



clipart

Oi, amigos! Sou treinador de um time de futebol da minha comunidade.
Gosto de mostrar diversas jogadas para que os jogadores conheçam boas estratégias de jogo.
A jogada abaixo é uma delas. Observe.

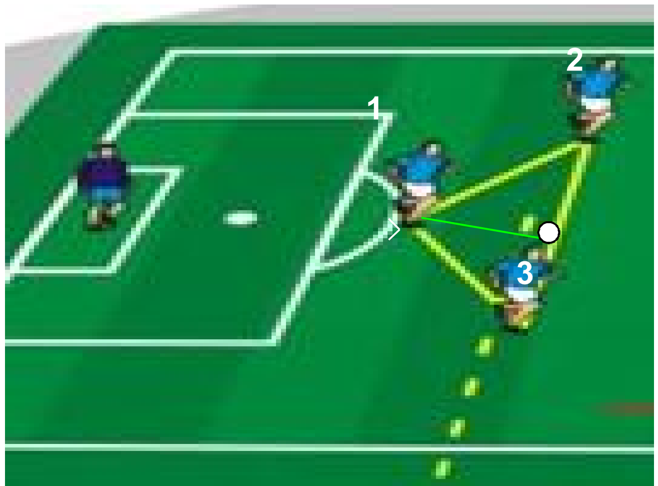
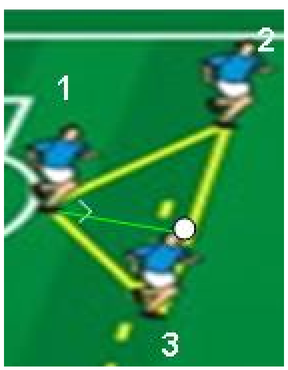


Imagem adaptada de: http://www.google.com.br/ em 4/6/10

Determinando as distâncias dos jogadores **1**, **2** e **3,** nesse momento, é possível ver que suas posições formam um triângulo retângulo e que a distância entre o jogador **1** e a bola é a __________ relativa à hipotenusa desse triângulo.

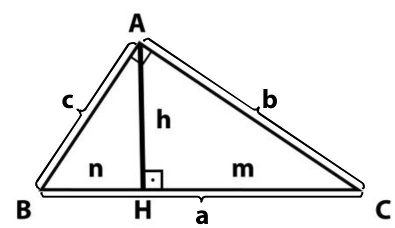


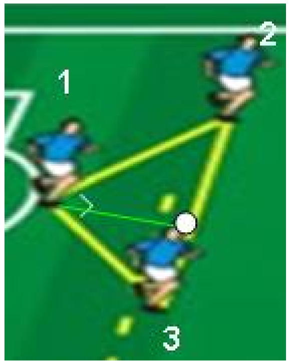
1. De acordo com as representações das medidas de um triângulo retângulo e pensando no triângulo maior podemos dizer que

- a distância entre os jogadores **2** e **3** é a __________________.
- a distância entre os jogadores **1** e **2** é o _______________.
- a distância entre os jogadores **1** e **3** é o ________________
- a distância entre o jogador **1** e a bola é a _____________.
- a distância entre o jogador **2** e a bola é _______________

____

- a distância entre o jogador **3** e a bola é __________________________________





A distância do
- ► jogador **2** até a bola é de **3,2 m.**
- ► jogador **3** até a bola é de **1,8 m.**

2. Qual é a distância entre os jogadores **2** e **3**?

Como **a** = m + ___, então **a** = ______________________.

A distância entre os jogadores **2** e **3** é _____.

3. Qual é a distância, em metros, entre os jogadores **1** e **2**?

Utilizando a relação $\mathbf{b^2}$ = _____.

Aplicando os valores conhecidos, temos

$\mathbf{b^2}$ = ___________________ $\therefore$ **b** = _____.

A distância entre os jogadores **1** e **2** é _________.

4. Determine a distância entre os jogadores **1** e **3**.

Utilizando a relação, $\mathbf{c^2}$ = ____.

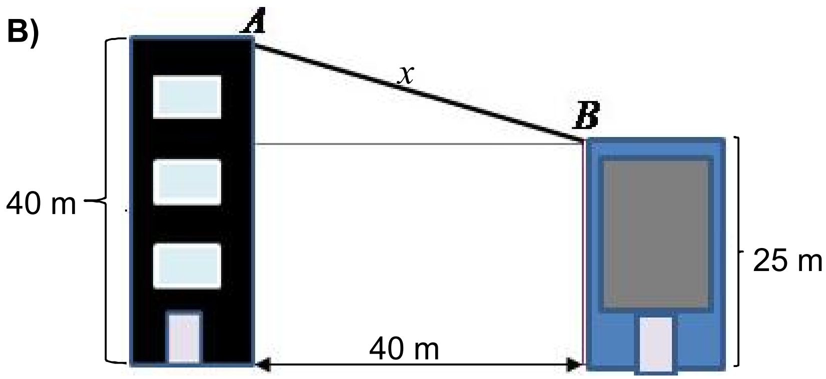
Aplicando os valores conhecidos, temos

$\mathbf{c^2}$ = _______________________ $\therefore$ **c** = ___.

A distância entre os jogadores **1** e **2** é _____.

5. Escolha uma fórmula adequada e determine a distância entre o jogador **1** e a bola.

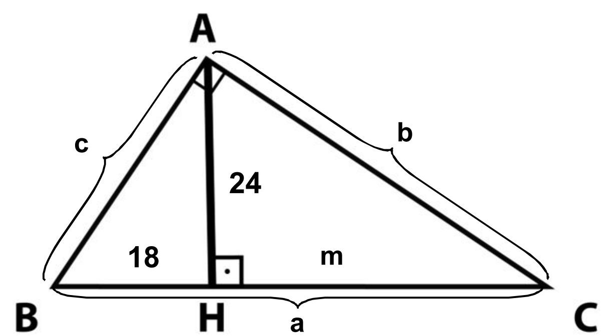
B)



Um cabo de aço ligará 2 prédios, como mostra o desenho à esquerda. Determine a medida $\boldsymbol{x}$ do cabo de aço da figura ao lado.

A medida $\boldsymbol{x}$ é _______.

C) Observe o triângulo ao lado e determine as medidas *m*, *a*, *b* e *c*.



1. Conhecemos o valor de *h* =____ e *n* = ____.
2. Com esses valores, podemos usar a fórmula h^2 = ______.

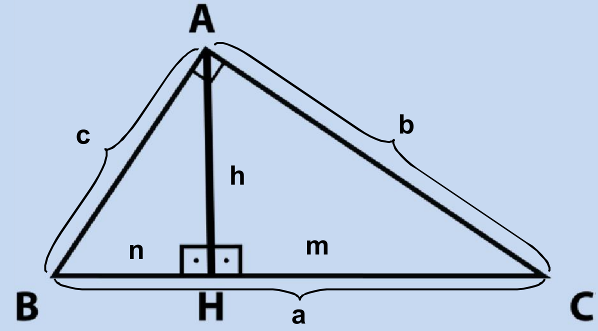
e descobriremos o valor de ____.

3. Sendo assim, _____² = __________________∴ *m* =____.
4. Como conhecemos os valores de *m* e *n*, podemos calcular o valor de **a**, usando a fórmula *a* = _____
5. Calculando, *a* = ______________________________.
6. Como conhecemos os valores de *a* e *n*, podemos calcular o valor de **c**, usando a fórmula **c**² = ______.
7. Calculando, ____
8. Como conhecemos os valores de *a* e *c*, podemos calcular o valor de **b**, usando a fórmula _______________.
9. Calculando, ____∴ *b* = ______
10. Descobrimos que

a = _____, *b* = _____, *c* = _____ **e** *m* = _____

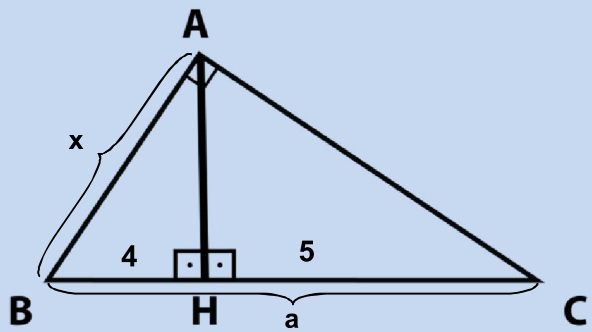
TAREFA DE CASA

Fixando relações métricas em um triângulo retângulo...

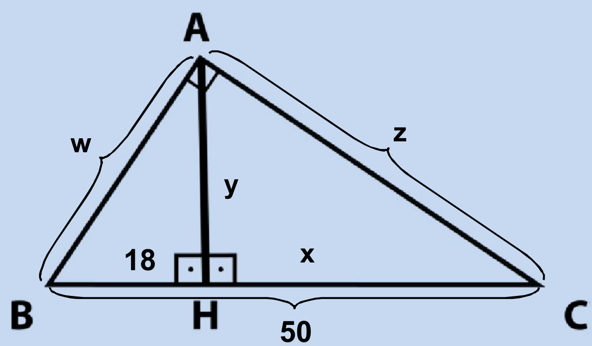


Determine as medidas pedidas nos triângulos retângulos em A, utilizando as relações métricas do triângulo retângulo.

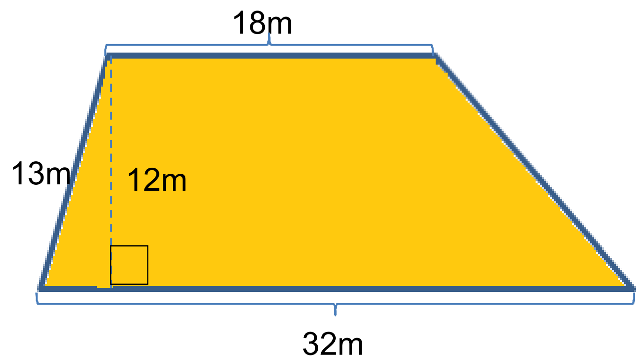
i) Determine o valor de *x* no triângulo retângulo abaixo.



ii) Determine o valor de *x, y, z e w* no triângulo retângulo abaixo.



D) Jorge quer cercar seu terreno. Sua forma e algumas de suas dimensões estão representadas na figura abaixo.

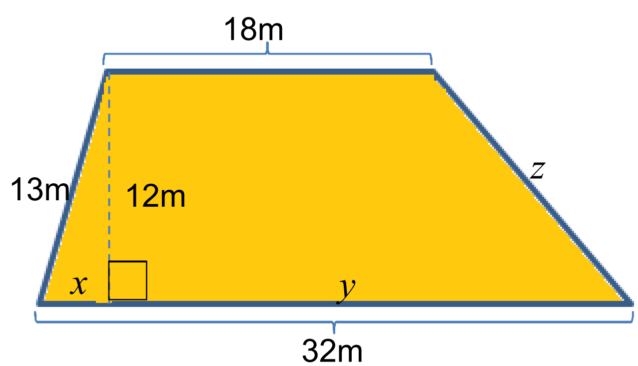


O perímetro desse terreno é .... m.

Dic@s

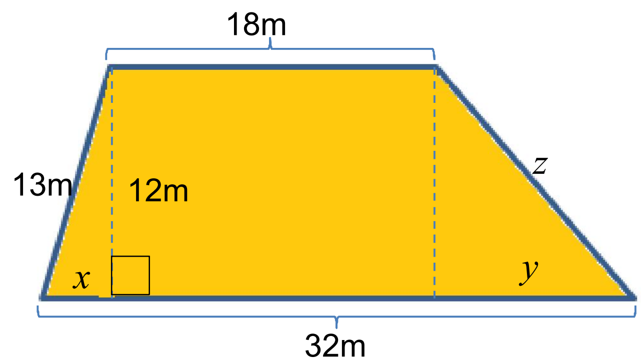
1. Trace uma paralela à altura do trapézio, pelo outro vértice superior da figura.

2. As medidas que você deverá encontrar estão assinaladas como x, y e z na figura a seguir.

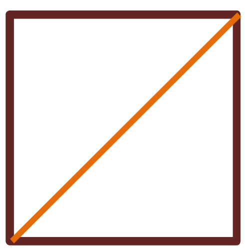


3. Calcule primeiro x, depois y e, por último, o valor de z. Assim, ficará mais fácil.

Resolução da questão **D**



E) Um quadro será restaurado. Para tal, sua moldura foi retirada. Para que a moldura se mantenha intacta, foi colocada uma tira de madeira na diagonal. Veja o modelo.



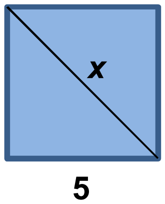
Sabendo que a moldura é quadrada e seu lado mede 1 metro, qual deve ser a medida da tira de madeira?

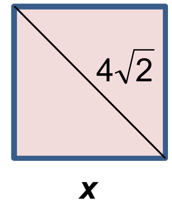
1) A tira de madeira formou dois triângulos _______________.
2) Nesse triângulo, a tira de madeira é a ____________ e seus catetos são ________.
3) Logo, considerando a medida da tira como ***x***, podemos calcular:

x^2 = ________________ ∴ ***x*** = ___________

4) Dos valores assinalados na reta numérica abaixo, o mais próximo da $\sqrt{2}$ é o ____ .

F) Determine a medida de ***x*** nos quadrados abaixo.

1) 

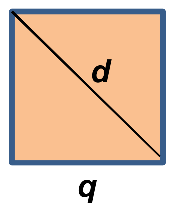
2) 

Professor, será coincidência ou a diagonal do quadrado é sempre o lado multiplicado pela raiz quadrada de 2?


clipart

Você mesma irá descobrir. Chame de ***q*** o lado do quadrado e de ***d*** a sua diagonal.

Temos:



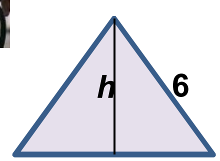

clipart

Legal! Eu equacionei! O que descobri é verdade.

Resolva esse problema de triângulo equilátero.


clipart

G) Determine a medida da altura do triângulo equilátero abaixo.




clipart

A altura divide o triângulo em dois triângulos ___________. Ela também divide a base ao meio.

Temos:

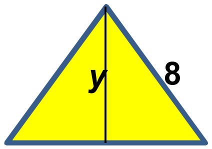
Esse caso parece mais difícil...

clipart

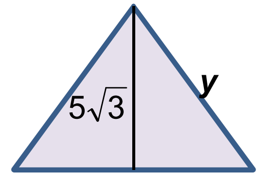
Vamos fazer mais alguns para descobrirmos?

H) Determine o valor de ***y***, nos triângulos equiláteros abaixo.

a)

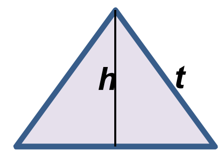


b)

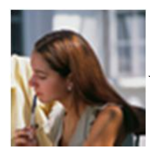


Acho que descobri! Vou chamar de ***t*** o lado do triângulo e de ***h*** sua altura.

Perfeito!

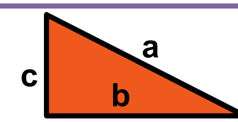


Temos



A altura é a metade da medida do lado, multiplicada pela raiz quadrada de ____!

FIQUE LIGADO!!!



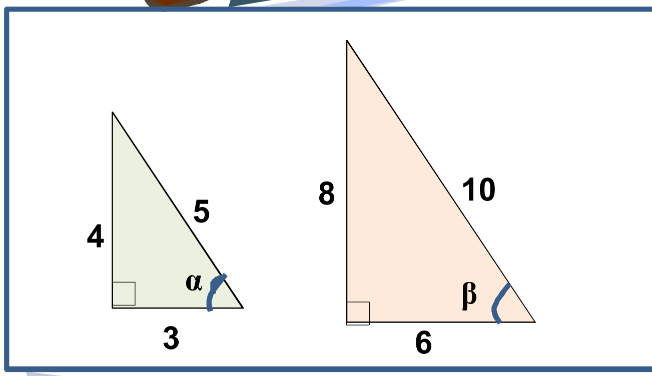
Utilizando o TEOREMA DE PITÁGORAS **($a^2 = b^2 + c^2$),** descobrimos duas aplicações:

a) a medida da diagonal do quadrado é ____

b) a medida da altura do triângulo equilátero ____

____

Hoje, vamos fazer descobertas incríveis!
Tracem dois triângulos retângulos.
Um com os lados medindo 3 cm, 4 cm e 5 cm.
O outro com os lados medindo 6 cm, 8 cm e 10 cm.



Atenção!

Esses triângulos não têm as medidas solicitadas.
Só servirão de referência para as nossas experiências.

Vamos analisar essas figuras.

a) Esses triângulos são semelhantes?____. Por quê? ____

b) Observe os ângulos α e β. O que você pode dizer a respeito deles? __________________________

c) O cateto oposto a **α** mede ________. O cateto oposto a β mede _________.

d) A medida da hipotenusa do 1.º triângulo mede ______e a do 2º triângulo mede_______.

e) Determine a razão entre o cateto oposto ao ângulo indicado e a hipotenusa de cada um desses triângulos e as compare.

f) Trace um outro triângulo retângulo com um dos ângulos, medindo o mesmo que α e β.

g) Determine a razão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa. O que descobriu?_______________________.

Descobrimos que, em um triângulo retângulo, a razão entre o cateto oposto de um determinado ângulo e a ____________ é sempre a mesma.

Essa razão é chamada de ***seno do ângulo***.

Então, o seno de um ângulo, num triângulo retângulo, é a razão: $\dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$

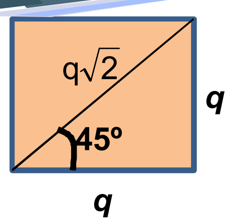
Veja uma situação em que o seno do ângulo pode auxiliar no cálculo.

Um escorregador foi colocado numa praça. Sua rampa mede 6 m e está sob uma inclinação de 45º. Qual é a altura de sua escada?

colegioercilia.blogspot.com

Como vou saber o seno de 45º?

Há tabelas com esses valores e você também pode usar a calculadora científica. Mas, no caso de 45º, podemos calcular.
Vamos usar o quadrado.



O triângulo retângulo formado pela diagonal do quadrado é __________, pois seus catetos têm medidas iguais. Logo, cada ângulo agudo mede _____.

Como o seno de um ângulo é dado pela razão $\dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$,

então, seno de 45º (sen 45º) $= \dfrac{q}{q\sqrt{2}} \rightarrow$ sen $45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ou sen $45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Retomando o problema...

colegioercilia.blogspot.com

a) A medida da rampa é de ______.

b) A escada é o ______________ desse triângulo.

c) A rampa é a _______________desse triângulo.

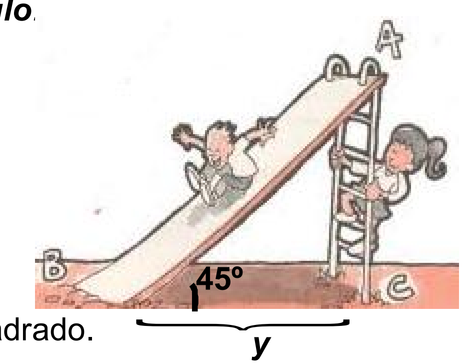
d) Considerando a medida da escada como ***x***, calculamos:

e) A medida da escada é maior ou menor que 3 m? ____.

clipart

Podemos usar outra relação importante entre o cateto adjacente e a hipotenusa.
Verifique nos triângulos que traçamos.

A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa chama-se ***cosseno do ângulo***.



colegioercilia.blogspot.com

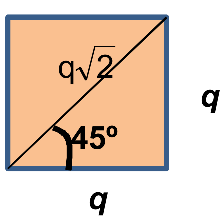
Vamos verificar na situação do escorrega.

Qual a distância da base da rampa até a escada?

Considerando a medida dessa distância como ***y,*** temos:

$$\cos 45^\circ = \frac{y}{6}$$

Vamos determinar o valor do cosseno de 45º, utilizando as dimensões do quadrado.



Como os lados do quadrado são iguais, no caso do ângulo de 45º, sen 45º = cos 45º.

Logo, ***y*** = $3\sqrt{2}$

Sendo assim, a distância da base da rampa até a escada é de ___________ m.

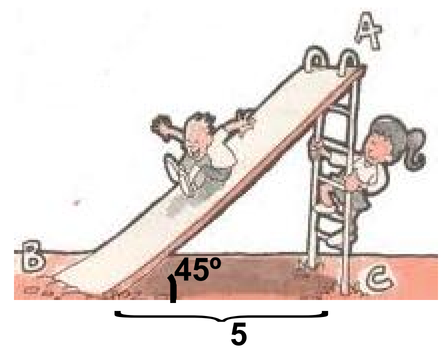
> Verifiquem, nos triângulos traçados, a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.
> Essa razão é chamada de ***tangente do ângulo***.

Suponhamos que não soubéssemos o tamanho da rampa do escorregador e que a distância da base da rampa até a escada fosse de 5m.

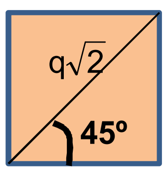
Qual seria a altura da escada?

Considerando a medida da escada como ***x***, temos:

$$\text{tg } 45^\circ = \frac{x}{5}$$



Determinando o valor do cosseno de 45º pelas dimensões do quadrado...



A tangente de 45º é ____.

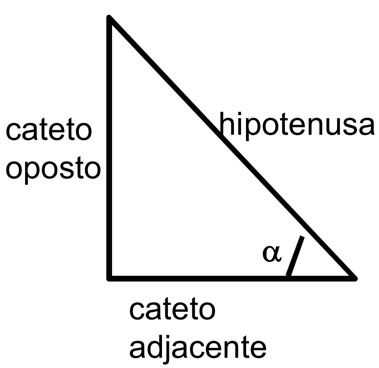
Calculando o valor de ***x***:

Portanto, nesse caso, a escada mediria _____ m.

FIQUE LIGADO!!!

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

Sendo um ângulo agudo **α** de um triângulo retângulo, consideramos as seguintes relações:



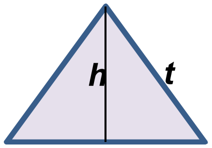
$$\text{sen } \alpha = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{hipotenusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\textit{cateto adjacente}}{\textit{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{cateto adjacente}}$$

clipart

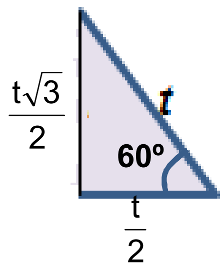
Vamos descobrir as razões trigonométricas para o ângulo de 60º. Vamos utilizar o triângulo equilátero.



Sabemos que, em um triângulo equilátero, seus lados têm _______________e seus ângulos também têm _____________________.

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é ______, cada um de seus ângulos mede _____.

Consideramos um dos triângulos retângulos, formados pela altura, que mede $\frac{t\sqrt{3}}{2}$.

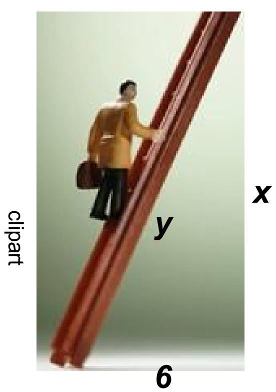


$$\text{sen } 60^o = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \text{sen } 60^o = \frac{t\sqrt{3}}{2} \div t \quad \therefore \quad \text{sen } 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^o = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \cos 60^o = \frac{t}{2} \div t \quad \therefore \quad \cos 60^o = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60^o = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \rightarrow \text{tg } 60^o = \frac{t\sqrt{3}}{2} \div \frac{t}{2} \quad \therefore \quad \text{tg } 60^o = \sqrt{3}$$

Uma escada está encostada em um muro, sob um ângulo de 60º com o solo.
Determine em que altura do muro ela está encostada e o tamanho da escada, sabendo que o pé da escada está distante do muro 6 m.



clipart

Considerando como ***x*** a altura do muro:

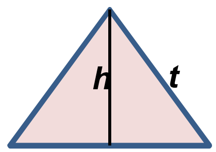
$$\text{tg } 60^o = \sqrt{3} \rightarrow \text{tg } 60^o = \frac{x}{6} \rightarrow \frac{x}{6} = \sqrt{3} \quad \therefore \quad x = 6\sqrt{3} \text{ m}$$

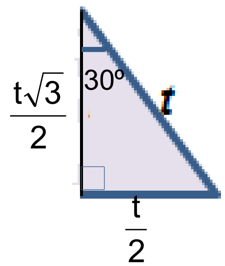
Considerando como ***y*** a altura da escada:

$$\cos 60^o = \frac{1}{2} \rightarrow \cos 60^o = \frac{6}{y} \rightarrow \frac{6}{y} = \frac{1}{2} \quad \therefore \quad y = 12\, m$$

Vamos descobrir as razões trigonométricas para o ângulo de 30º. Vamos utilizar o triângulo equilátero. Observe.

Primeiro, consideramos um dos triângulos retângulos formados pela altura ***h***, que mede $\frac{t\sqrt{3}}{2}$:





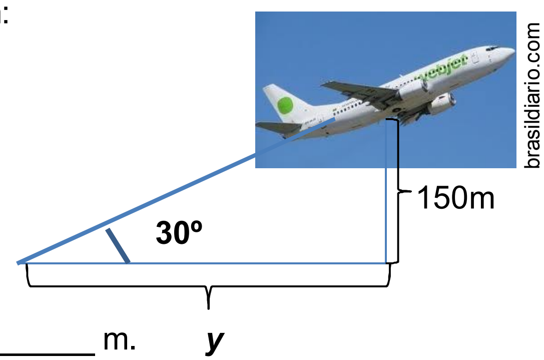
$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \text{sen } 30^\circ = \frac{t}{2} \div t \quad \therefore \quad \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \cos 30^\circ = \frac{t\sqrt{3}}{2} \div t \quad \therefore \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \rightarrow \text{tg } 30^\circ = \frac{t}{2} \div \frac{t\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{tg } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \quad \text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Um avião decola sob um ângulo de 30º, mantendo essa posição até atingir uma altura de 150 m do solo. A que distância do ponto de decolagem ele se encontrava, quando atingiu essa altura?

Considere como ***y*** a distância do ponto de decolagem até atingir 150 m:



$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \text{tg } 30^\circ = \frac{150}{y} \rightarrow \frac{150}{y} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{3}\, y = 450 \rightarrow y = \frac{450}{\sqrt{3}} \rightarrow y = \frac{450\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \quad y = 150\sqrt{3} \text{ m}$$

A 150 metros de altura, o avião estava distante do ponto de decolagem _______ m.

Interessante as descobertas que fizemos com os ângulos de 30°, 45° e 60°.

Que tal fazermos uma tabela para guardar esses valores?

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS DE ÂNGULOS ESPECIAIS

	30°	**45°**	**60°**
seno			
cosseno			
tangente			

Um canteiro foi construído na frente de um prédio. Sua extensão é de 4,8 metros.

Sabendo que foi construído sobre uma rampa de 30° com o canteiro, determine a altura a esquerda (***x***) e a extensão (***y***) que o canteiro ocupa na rampa.

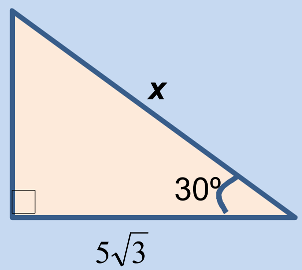
Cateto oposto a 30° = _____, cateto adjacente a 30° = ____ , hipotenusa = ____

TAREFA DE CASA

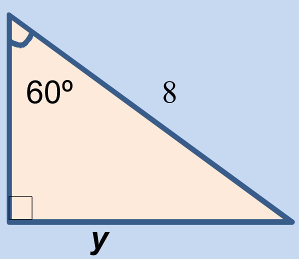
Fixando razões trigonométricas em um triângulo retângulo sobre os ângulos de 30º, 45º e 60º...

Em cada triângulo retângulo, determine o que se pede, utilizando as razões trigonométricas.

i) Determine o valor de x no triângulo retângulo.



ii) Determine o valor de y no triângulo retângulo.

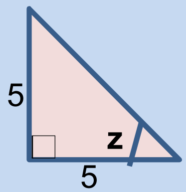


Fixando razões trigonométricas em um triângulo retângulo sobre os ângulos de 30º, 45º e 60º...

Continua►

Em cada triângulo retângulo, determine o que se pede, utilizando as razões trigonométricas.

iii) Determine o valor dez no triângulo retângulo.



Laura dá aulas particulares de Matemática para cobrir seus gastos pessoais. Assim, não compromete o orçamento doméstico.

clipart

Controlo direitinho todo o dinheiro que recebo com as aulas.
Veja a tabela que fiz para controlar a quantia que sobra ao final do mês.

CONTROLE DE 2013					
	JANEIRO R$	FEVEREIRO R$	MARÇO R$	ABRIL R$	MAIO R$
RECEBIDOS PELAS AULAS PARTICULARES	480	320	240	800	640
GASTOS PESSOAIS	350	250	300	300	400
SOBRA	130		–60		

De acordo com a tabela acima, determine o que se pede.

a) O mês em que Laura teve a maior sobra foi __________, no valor de R$ _________.

b) Ela teve que usar parte do orçamento doméstico para cobrir seus gastos em __________, de R$ _______.

c) O maior gasto foi em ________, no valor de R$ _____________.

d) Observando a tabela, podemos garantir que ela deu mais aulas particulares em _____ e menos aulas em _________.

clipart

A quantia que sobra, em cada mês, coloco na Caderneta de poupança.

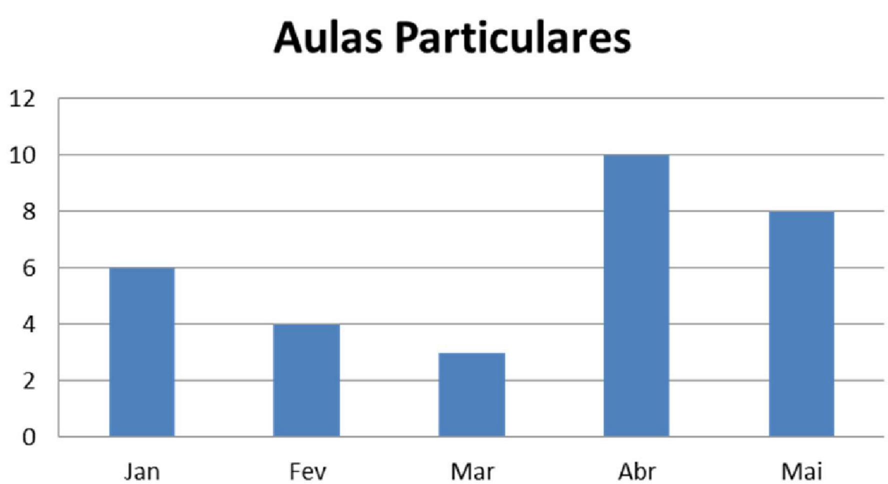
De acordo com a afirmação de Laura, desde o início desse ano, ela colocou R$ _________na Caderneta de Poupança.

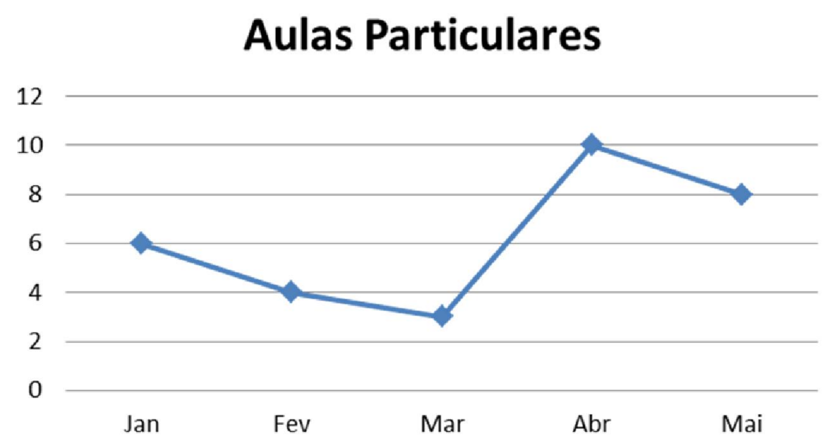
Elabore um gráfico com o número de aulas particulares que dei nesses cinco meses.

Sabendo que Laura cobra, por aula, R$ 80,00, complete o quadro abaixo.

AULAS DADAS					
	JANEIRO	FEVEREIRO	MARÇO	ABRIL	MAIO
NÚMERO DE AULAS	6				

Monte um gráfico, utilizando a tabela acima.

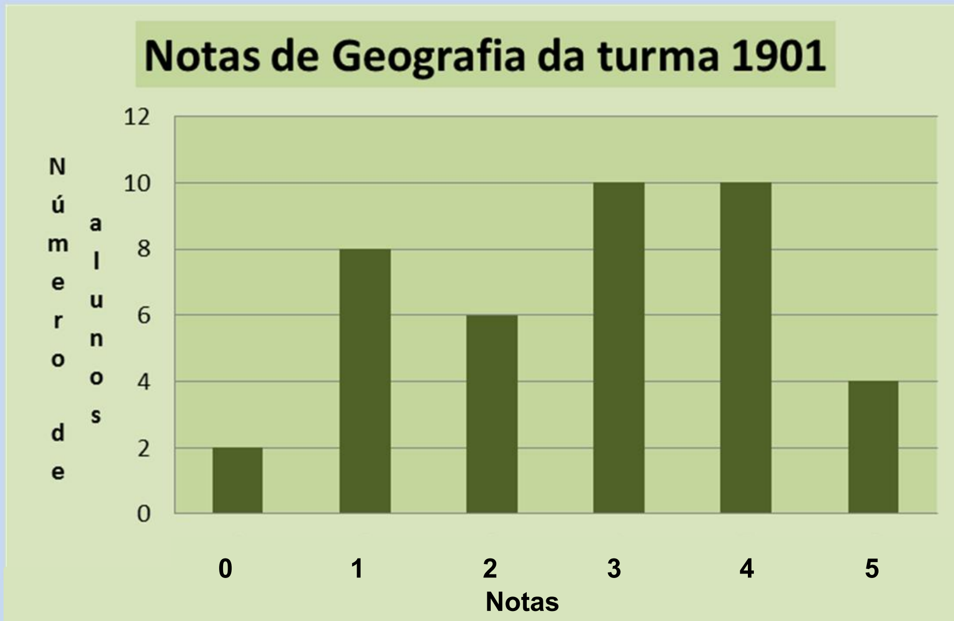




TAREFA DE CASA

Gráficos e tabelas.

O gráfico de colunas mostra as notas, de 0 a 5, dos alunos de uma turma em um teste de Geografia.



a) Quantos alunos tiraram 3? ____. E um? _____. b) Complete a tabela com os dados do gráfico.

c) Quantos alunos há nessa turma? ______.

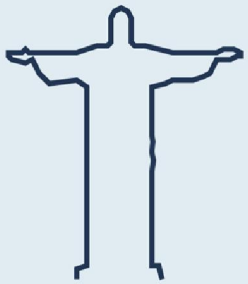
d) Qual foi a média da turma? ________.

Notas	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Nº de alunos						

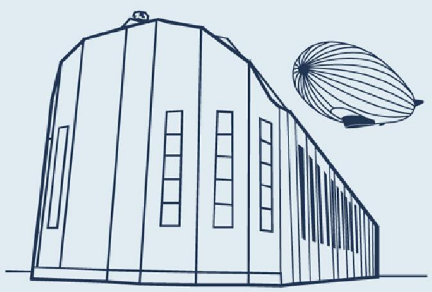
$$Média = \frac{2\cdot\_\_\_ + 8\cdot\_\_\_\_ + 6\cdot\_\_\_\_\_ + 10\cdot\_\_\_\_ + 10\cdot\_\_\_\_ + 4\cdot\_\_\_\_\_}{\_\_\_\_\_\_\_} \rightarrow Média = \frac{\_\_\_\_}{\_\_\_} \therefore Média = \_\_\_\_$$

e) Quantos alunos ficaram abaixo da média da turma?______.

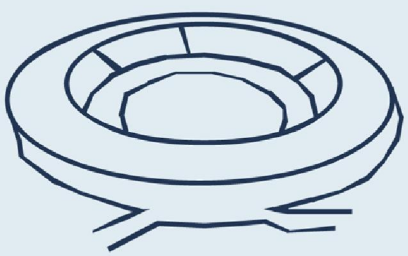
Pão de Açúcar



Cristo Redentor



Hangar do Zeppelin



Maracanã

Dicas de estudo

- Tenha um espaço próprio para estudar.
- O material deve estar em ordem, antes e depois das tarefas.
- Escolha um lugar para guardar o material adequadamente.
- Brinque, dance, jogue, pratique esporte... Movimente-se! Escolha hábitos saudáveis.
- Estabeleça horário para seus estudos.
- Colabore e auxilie seus colegas em suas dúvidas. Você também vai precisar deles.
- Crie o hábito de estudar todos os dias.
- Consulte o dicionário sempre que precisar.
- Participe das atividades propostas por sua escola.
- Esteja presente às aulas. A sequência e a continuidade do estudo são fundamentais para a sua aprendizagem.
- Tire suas dúvidas com o seu Professor ou mesmo com um colega.
- Respeite a si mesmo, a todos, a escola, a natureza... Invista em seu próprio desenvolvimento.

Valorize-se! Você é um estudante da Rede Municipal de Ensino do Rio de Janeiro. Ao usar seu uniforme, lembre-se de que existem muitas pessoas, principalmente seus familiares, trabalhando para que você se torne um aluno autônomo, crítico e solidário. Acreditamos em você!